Société de Calcul Mathématique SA
Outils d'aide à la décision
depuis 1995

Archimède

Œuvres Choisies

Edition placée sous le haut parrainage de

Lorenzo de Medicis

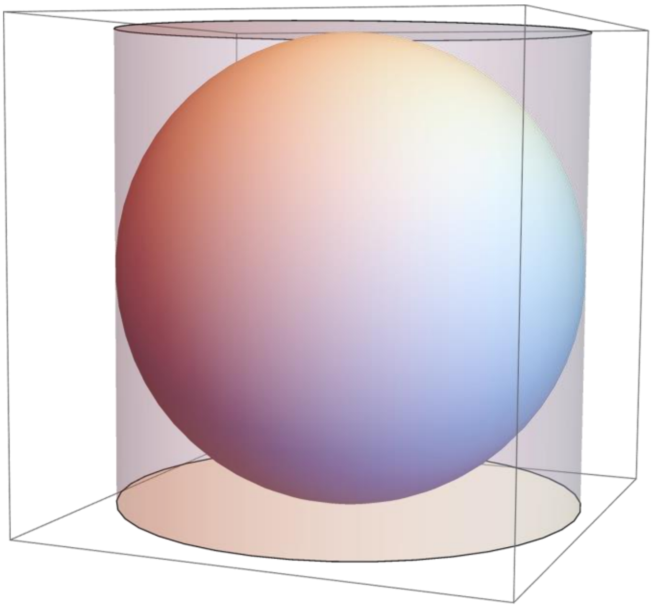
dit

Laurent le Magnifique

Société de Calcul Mathématique SA

Edition préparée par Bernard Beauzamy

mai 2024



Les mathématiques du réel

Société de Calcul Mathématique SA

111 Faubourg Saint Honoré, 75008 Paris

tel 01 42 89 10 89, www.scmsa.eu

Archimède

Œuvres Choisies

Edition placée sous le haut parrainage

de Lorenzo de Medicis

dit

Laurent le Magnifique

Florence, A.D. 1492 – Paris, A.D. 2023

Edition préparée par Bernard Beauzamy

Collection "Les mathématiques du réel"

Société de Calcul Mathématique SA
Outils d'aide à la décision
depuis 1995

Du même auteur :

Espaces d'Interpolation réels : Topologie et Géométrie
Springer-Verlag, Lecture Notes no 666, 1978.

Introduction to Banach Spaces and their Geometry
North Holland, Collection « Notas de Matematica », vol. 68.
Première édition : 1982, seconde édition : 1985.

Modèles Etalés des Espaces de Banach
(en collaboration avec J.T. Lapresté)
Editions Hermann, collection « Travaux en Cours », 1984.

Introduction to Operator Theory and Invariant Subspaces
North Holland, Mathematics Library, 1988.

Méthodes probabilistes pour l'étude des phénomènes réels
ISBN 2-9521458-0-6, édité par la SCM, 2004. Seconde édition, juin 2016.

Comment décider et gérer un programme de recherche scientifique ? Manuel pratique à l'usage des entreprises
ISBN 2-9521458-1-4, édité par la SCM, 2005.

Méthodes probabilistes pour la reconstruction de données manquantes (en collaboration avec Olga Zeydina)
ISBN 2-9521458-2-2, ISSN 1767-1175, édité par la SCM, 2007.

Nouvelles méthodes probabilistes pour l'évaluation des risques
ISBN 978-2-9521458-4-8, ISSN 1767-1175, édité par la SCM, 2010.

Archimedes' Modern Works
ISBN 978-2-9521458-7-9, ISSN 1767-1175, édité par la SCM, 2012.

Probabilistic Information Transfer
(en collaboration avec Olga Zeydina)
ISBN 978-2-9521458-6-2, ISSN 1767-1175, édité par la SCM, 2013.

Méthodes Probabilistes pour la Gestion des Risques Extrêmes
ISBN 978-2-9521458-9-3, ISSN 1767-1175, édité par la SCM, 2015.

Simple Random Walks in the Plane
ISBN 979-10-95773-01-6, ISSN 1767-1175, édité par la SCM, 2020.

Introduction à l'étude des Probabilités Expérimentales
ISBN 979-10-95773-02-3, ISSN 1767-1175, édité par la SCM, 2023.

*****

ISBN 979-10-95773-03-0, **ISSN** 1767-1175

*****

Ouvrage édité par la Société de Calcul Mathématique SA
Siège social et bureaux : 111, Faubourg Saint Honoré, 75008 Paris.
Société Anonyme au capital de 46 200 Euros. RCS : Paris B 399 991 041.
SIRET : 399 991 041 00035. APE : 731Z.

Introduction

1. La situation présente

Par le passé, tous les rois, tous les papes, avaient à cœur de réunir les œuvres complètes d'Archimède, avec toutes les traductions, tous les commentaires, tous les ajouts. Quiconque ne respectait pas cette obligation était considéré comme un illettré. Le dernier à la respecter, le plus illustre selon cette tradition, est Laurent de Médicis, né à Florence le 1er janvier 1449 et mort dans cette même ville le 8 avril 1492. Il a été surnommé "le Magnifique" (Lorenzo il Magnifico) du fait de son amour pour les arts et les lettres. Après lui, la tradition s'est perdue.

De nos jours, on dispose d'une édition des œuvres complètes d'Archimède : Editions "Les Belles Lettres" [LBL], constituée de quatre volumes :

Tome I : De la sphère et du cylindre - La Mesure du cercle - Sur les conoïdes et les sphéroïdes (258 pages) ;
Tome II : Des spirales - De l'équilibre des figures planes - L'Arénaire - La Quadrature de la parabole (202 pages) ;
Tome III : Des corps flottants - Stomachion - La Méthode - Le livre des lemmes - Le Problème des bœufs (180 pages) ;
Tome IV : Commentaires d'Eutocius – Fragments (212 pages).

Chaque livre donne le texte français sur la page de gauche et le texte en grec sur la page de droite. Malheureusement, la traduction est très peu satisfaisante : elle a été faite par des Universitaires qui n'avaient pas le niveau requis pour comprendre la pensée d'Archimède ; ils ont traduit mot à mot. Bien souvent, en outre, les figures ne correspondent pas au texte : de copiste en copiste, elles ont été altérées.

Nous ne critiquons absolument pas cet état de fait et nous avons la plus grande admiration pour le dévouement dont les traducteurs ont fait preuve ; mieux vaut une mauvaise traduction que pas de traduction du tout. Par leur travail, les traducteurs ont montré leur attachement aux travaux d'Archimède, et nous leur en sommes reconnaissants.

Néanmoins, les circonstances présentes exigent une nouvelle traduction, telle que l'aurait voulue Laurent le Magnifique.

2. Ambition du projet

Nous voulons parvenir à une nouvelle édition, qui sera compréhensible par un élève de lycée, mais respectera strictement la pensée d'Archimède. Il ne s'agit ni d'obtenir de nouveaux développements, ni de simplifier les textes : on veut les respecter.

Nous ne nous référerons à aucun texte antérieur : les textes d'origine sont perdus depuis longtemps. On dispose de copies de traductions, elles-mêmes copies de traductions, etc. Le plus récent est le "palimpseste", manuscrit gratté au Xème siècle ; il a été vendu 2 millions de dollars chez Christie's il y a quelques années. Nous travaillerons donc uniquement à partir de l'édition [LBL].

Le livre récent de Bernard Beauzamy "Archimedes' Modern Works" [AMW] est un livre de recherche, et non une traduction des écrits existants. Nous ne nous y référerons pas.

Les textes d'Archimède proviennent de lettres qu'il envoyait à ses collègues pour recueillir leur avis. Nous ne pouvons pas respecter cette présentation, trop difficile pour le lecteur, et nous nous chercherons à en extraire un contenu mathématique accessible à tous.

Nous n'abuserons pas des notes de bas de page, des préfaces, introductions et commentaires. On ne commente pas Archimède. On l'explique, on le diffuse, on le fait connaître, mais on ne le commente pas.

3. Contenu scientifique

Beaucoup de gens pensent que la science grecque dans son ensemble est aujourd'hui dépassée : nous nous réjouissons d'être capables de calculer des milliards de décimales de π en quelques millisecondes, et méprisons les Grecs qui, pour nous, n'étaient capables que d'une approximation au moyen de bouts de bois.

La réalité est très différente : prenez n'importe quel séminaire moderne de mathématiciens professionnels, et demandez-vous ce qu'ils savent, comparé à ce que savait Archimède. Réponse : tout ce qu'ils savent, Archimède le savait ; l'inverse n'étant pas vrai.

Le premier point à considérer, qui à soi seul justifierait cette nouvelle édition, est qu'il disposait de capacités intellectuelles que l'on peut, à proprement parler, qualifier d'effrayantes. S'il est permis de parler de durée de retour pour le génie, on dira que Gauss est de classe 500 (on voit un Gauss tous les 500 ans) ; avec cette terminologie, Archimède serait de classe 5 000. Disposer d'un livre où un lycéen pourra comprendre ce génie est une fin en soi.

Le second point est que la pensée d'Archimède (et, plus généralement, la pensée grecque de cette époque) procède de manière essentiellement différente de ce que nous connaissons aujourd'hui. Il n'y avait pas de manipulations formelles : pour démontrer que $a = b$, Archimède démontre que $a < b$ et $a > b$ sont tous deux impossibles. C'est souvent plus lourd, mais cela implique de bien comprendre le phénomène sous-jacent : si c'est impossible, est-ce légèrement impossible, ou bien radicalement impossible ? On tombe sur la question de la robustesse de l'approche, complètement absente lorsqu'on procède à une manipulation formelle. Il n'y avait pas non plus de formules ; nulle part Archimède n'utilise la notation "π" pour faire référence au périmètre d'un cercle ; il procède par périphrase et comparaison. Il y a cependant un chapitre où il calcule la valeur approchée de π, avec une précision aussi grande que l'on veut.

Le lecteur découvrira la méthode de comparaison d'Archimède, ou méthode de pesée. Elle est décrite dans le "palimpseste" ; intellectuellement parlant, c'est une merveille, très peu utilisée par les générations qui ont suivi, probablement du fait que le palimpseste a été perdu pendant longtemps. Pourtant, sous une forme particulière, elle est actuellement utilisée dans deux situations au moins : la Poste, pour la reconnaissance automatique d'écriture, le GPS, pour l'exploitation de signaux faibles en provenance des satellites. Le livre [AMW] mentionne d'autres applications.

La pensée d'Archimède part d'une situation physique idéalisée, par exemple un objet géométrique, et en déduit des lois de comportement, purement mathématiques : c'est ce que nous appelons la modélisation. On verra des exemples dans le chapitre "Des Corps Flottants". Parmi les applications, la plus récente est le travail que la SCM a réalisé en 2023 à la demande de la RATP : étude de la stabilité des talus, par la méthode d'Archimède ; voir [SCM_Talus].

Dans le volume "De la sphère et du cylindre", Archimède construit une projection de la sphère sur le plan qui respecte les surfaces. Chacun sait que ce n'est pas facile ; sur nos planisphères, le Groenland apparaît comme plus gros qu'il n'est en réalité. Une telle projection a été introduite par Lambert (1772), qui ne mentionne pas Archimède parce qu'il ne l'avait pas lu, et il ne l'avait pas lu parce que, à cette époque, aucune édition lisible n'existait.

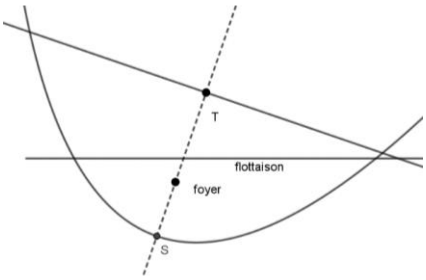
4. Comment Archimède rédigeait

Archimède part de ce qu'il appelle un "postulat" (description de la situation de référence) et en déduit ce qu'il appelle une "proposition" (un résultat), au moyen d'un raisonnement mathématique d'une extrême rigueur. Voici un exemple (Archimède : "Des Corps Flottants") :

Postulat. - *Dans tout liquide, la partie la moins comprimée est poussée hors de sa place par celle qui est comprimée davantage ; chaque partie est comprimée par le liquide placé verticalement au-dessus d'elle.*

A partir de ce postulat, Archimède démontre :

Proposition. - *Stabilité d'un tronc de parabole posé dans un liquide. Considérons un tronc de parabole fait d'un matériau plus léger que l'eau ; on suppose que la surface de troncature ne touche pas le liquide. Soit S le sommet de la parabole et T le centre du cercle de troncature. On suppose que la longueur du segment TS est ≤ 3 fois la distance du sommet au foyer. Alors, si le tronc de parabole est placé incliné, il va se redresser et l'axe TS sera vertical.*



A priori, on se dit qu'un tel énoncé est nécessairement faux, puisqu'il ne précise pas la position du centre de gravité par rapport à la ligne de flottaison : tout le monde sait qu'on leste les voiliers pour qu'ils soient stables. Mais il est juste. Pour l'obtenir, Archimède démontre plusieurs lemmes intermédiaires, dont :

Lemme 6 (Principe d'Archimède). – *Tout corps plongé dans un liquide subit de bas en haut une force égale au poids du liquide déplacé.*

Pour Archimède, cet énoncé est un théorème (il le démontre) et non un principe comme nous le voyons aujourd'hui : un principe s'admet sans démonstration.

Les travaux d'Archimède sont un modèle de clarté, mais la lecture en est difficile : obscurités dans la traduction, différences essentielles dans les modes de pensée. Lorsqu'on a réussi à comprendre, on hésite entre l'admiration et l'exaspération : comment diable fait-il pour savoir que l'ensemble des rationnels n'est pas complet, alors que la notion d'espace métrique complet n'a été introduite par Cauchy qu'en 1820 ?

L'ouvrage que nous présentons ici est loin d'être élémentaire : il procède, dès le début, à une présentation de phénomènes non linéaires, souvent discontinus.

Albert Einstein écrit ("Comme je vois le monde", édition 1979) :

"La géométrie des Grecs privilégie des formes particulières (droite, plan) dans la description géométrique. Et ainsi d'autres formes (l'ellipse par exemple) ne lui sont réellement intelligibles que parce qu'elle les construit ou les définit à l'aide de formes comme le point, la droite et le plan. Dans le système cartésien, en revanche, toutes les surfaces par exemple sont données en principe équivalentes, sans accorder une préférence arbitraire aux formes linéaires dans la construction de la géométrie."

Cette assertion est radicalement fausse, comme le lecteur du présent ouvrage va le découvrir. Bien au contraire, pour les anciens Grecs, les coniques (par exemple l'ellipse, l'hyperbole, etc.) étaient définis comme l'intersection, dans l'espace, d'un cône par un plan, selon un angle particulier (d'où le nom de "conique"). Et nous verrons très vite toute sorte de formes : sphère, paraboloïde, etc., qui sont des surfaces courbes en trois dimensions. La géométrie des surfaces courbes dans l'espace était connue des anciens Grecs.

Les méthodes d'Archimède mènent très vite à des problèmes que l'on ne sait pas résoudre, même avec les moyens actuels. Nous verrons des exemples (typiquement à propos des corps flottants) où l'on ne sait pas faire mieux que lui : les méthodes modernes, à base de coordonnées et d'équations, s'avèrent moins efficaces que les siennes.

5. Peut-on comprendre ce que fait Archimède ?

La question mérite d'être posée, aussi bien du fait de la différence entre nos capacités et les siennes, que du fait des différences de culture et de modes de rédaction. Nous répondrons en trois étapes :

1. On peut toujours comprendre ce qu'a écrit Archimède : c'est l'objet du présent livre. Certes, ce n'est pas évident et il faut prendre son temps, mais en prenant son temps on y parvient toujours.

2. On peut parfois simplifier ce qu'il a fait ; lui-même l'aurait souhaité puisqu'il écrivait à ses collègues pour solliciter leur avis. Plus rarement, on peut compléter son travail : donner un résultat dans des cas qu'il n'a pas traités. C'est presque toujours extrêmement difficile, et on a le sentiment qu'il a fait pratiquement tout ce qu'il était possible de faire. Il y faut énormément de temps et d'efforts, et, dans de nombreux cas, on s'aperçoit d'une erreur dans le nouveau résultat.

3. On ne peut pas comprendre comment Archimède a pu obtenir les résultats qu'il a obtenus, quelque effort qu'on y consacre : cela passe l'entendement.

Citons E.T. Bell [Bell], dans son gros ouvrage "Men of Mathematics" :

"It is only possible that Archimedes, could he come to life long enough to take a post-graduate course in mathematics and physics, would understand Einstein, Bohr, Heisenberg and Dirac better than they would understand themselves."

6. Public visé

Ce ne sont pas les historiens des sciences ou les amoureux de la Grèce antique, mais l'ensemble des lycéens, quels que soient leur niveau et leurs matières principales. Notre livre apparaît comme un complément à l'enseignement traditionnel, ou, mieux, comme un antidote à l'académisme.

La pensée d'Archimède prend les choses à leur début (en de rares occasions, il cite Euclide), et un lycéen peut l'assimiler, peut-être plus rapidement que nous, parce qu'il n'a pas été "formaté" par l'enseignement académique.

Bien entendu, cela implique que notre traduction soit à sa portée, que tout soit lisible et bien expliqué. Le livre s'adressera aussi, a fortiori, aux élèves des classes préparatoires et aux ingénieurs.

7. Organisation de l'ouvrage

Nous avons voulu faire en sorte que les principales idées d'Archimède soient mises à la disposition des lycéens, en un langage qui leur paraisse intéressant et accessible. Nous avons retenu en premier lieu :

– La méthode d'approximation, qui a eu une descendance considérable : calcul différentiel et intégral, etc. ;

– La méthode de pesée qui, à ce jour, n'a eu pratiquement aucune descendance ;

– Les travaux relatifs aux positions d'équilibre des corps flottants, totalement singuliers (à notre connaissance ils n'ont été repris nulle part). Ils représentent une investigation intellectuelle d'une portée incroyable et débouchent sur des problèmes généralement non résolus.

Pour les présenter, nous avons choisi une progression simple : mise en œuvre d'abord sur les objets 2d (dans le plan), puis sur des objets 3d (dans l'espace). Dans chaque cas, nous traitons d'abord de situations élémentaires : triangles, cercles, cylindre, pyramide, sphère, etc., et progressons vers des descriptions plus complexes. Le lecteur pourra ainsi prendre son temps pour découvrir les méthodes et se familiariser. Ensuite, nous abordons des chapitres destinés aux applications : les cartes d'Archimède, les corps flottants, etc.

Nous ne suivons donc pas exactement l'ordre des différents traités d'Archimède : nous avons été amenés à "piocher" ici et là pour obtenir un ordre logique qui soit accessible aux lycéens. Archimède, pour sa part, se contentait souvent de rappels "je t'ai déjà envoyé ceci, il manquait cela". Archimède écrivait à ses collègues et amis, leur envoyant ses travaux au fur et à mesure de leurs découvertes. Ici, au contraire, nous avons pour ambition de donner un ordre logique qui soit accessible dès le lycée.

Un lycéen est habitué à ce qu'on lui enseigne des choses simples et bien connues ; ici, au contraire, il pénètre dès les premières pages dans des situations où la solution n'existe pas, même si l'énoncé est très simple. Nous pensons que ceci ne peut que stimuler la curiosité intellectuelle : tout n'est pas mort, tout n'est pas connu.

8. Le rôle de l'éditeur

A priori, l'éditeur d'un ouvrage a un rôle minime : il choisit les textes, met en page, etc. Ici, c'est un peu différent : notre rôle est plutôt celui de traducteur. Ceci paraîtra absurde : les textes de référence sont déjà en français. Mais il s'agit d'un français largement incompréhensible, issu de traductions successives faites par d'innombrables copistes, respectant seulement le mot à mot. En voici un exemple (la quadrature de la parabole) :

Soit $AB\Gamma$ un segment compris entre une droite et une parabole ; que du milieu de $A\Gamma$ une droite $B\Delta$ soit menée parallèlement au diamètre ou qu'elle soit elle-même un diamètre ; joignons B à Γ et prolongeons $B\Gamma$. Si on mène une autre droite $Z\Theta$ parallèlement à $B\Delta$, coupant la droite $B\Gamma$, le rapport de $Z\Theta$ à ΘH sera égal au rapport de ΔA à ΔZ.

Chacun conviendra qu'une telle phrase est difficile à comprendre, et il y en a quatre volumes de cet acabit. Notons au passage que ce qu'Archimède appelle "diamètre de la parabole" s'appelle aujourd'hui "axe" ; le traducteur devrait le savoir et aurait dû prendre le soin (pourtant élémentaire) de traduire les textes en langage contemporain.

Dans une autre édition que [LBL], là où Archimède introduit la convexité (comme nous le verrons plus loin), l'éditeur écrit froidement "concave" et cela ne semble pas le déranger le moins du monde. Notre ambition, nous l'avons déjà dit, a été de faire quelque chose de cohérent et de compréhensible. Nous avons donc systématiquement corrigé ces erreurs.

9. Avertissement au lecteur

Quel que soit le soin que nous ayons pu apporter à la rédaction, ce qu'on va lire provient du plus grand génie que l'espèce humaine ait jamais produit. Cela ne se lit pas comme une bande dessinée. Curiosité, patience, persévérance : cela en vaut la peine.

10. Références

[LBL] Œuvres complètes d'Archimède, Editions Les Belles Lettres.
https://www.lesbelleslettres.com/contributeur/archimede

[AMW] Bernard Beauzamy : Archimedes' Modern Works (en anglais), SCM SA, ISBN 978-2- 9521458-7-9, ISSN 1767-1175, relié, 224 pages. Août 2012.

[Bell] E.T. Bell : Men of Mathematics, Touchstone Books, 1986.

[Koestler] Arthur Koestler : Les Somnambules, livre de poche, 1967.

[SCM_Talus] Stabilité d’un talus : Approche selon Archimède, SCM SA 2023
http://www.scmsa.eu/archives/SCM_Stabilite_Talus_2023_02.pdf

Table des matières