

Société de Calcul Mathématique SA

Outils d'aide à la décision

depuis 1995



Archimède : la "Méthode"

Genèse et futurs développements

Bernard Beauzamy

Juillet 2024

Résumé opérationnel

Archimède est le plus grand génie que l'espèce humaine ait produit. Citons E.T. Bell, dans son gros ouvrage "Men of Mathematics", 1937 :

"It is only possible that Archimedes, could he come to life long enough to take a post-graduate course in mathematics and physics, would understand Einstein, Bohr, Heisenberg and Dirac better than they would understand themselves."

Si on admet que Gauss ou Einstein sont de classe 500 (on en voit un tous les 500 ans), alors Archimède est de classe 5 000 : on n'a jamais rien vu de tel.

Nous avons récemment publié une nouvelle édition, dite "Laurent le Magnifique" et on nous interroge : quels développements sont possibles ?

Le concept le plus prometteur est la "Méthode" (nous dirions aujourd'hui "méthode de comparaison" ou "méthode de pesée", qui consiste, pour un objet inconnu, à générer des objets connus et à faire des comparaisons. Les bénéfices sont considérables : robustesse (on ne recherche plus une formule), prise en compte des incertitudes, etc. L'approche d'Archimède requiert la constitution de bases de connaissances, que bien peu d'entreprises ou d'institutions réalisent correctement (de leur propre aveu !). Elle requiert aussi la capacité d'analyse des solutions existantes, sans se contenter de fonctions coût, toujours empiriques et limitées. Elle s'inspire directement de ce que fait la Nature : la Nature ne crée pas un œil instantanément, par énumération des propriétés qu'il doit posséder ; elle procède par lentes évolutions.

La "Méthode" d'Archimède apporte des solutions nouvelles à des problèmes qui sont bien de notre époque et la mise en œuvre oblige à remettre en cause la manière dont nous travaillons et aussi la manière dont les mathématiques sont enseignées, ce dont chacun se réjouira.

I. Présentation

A la suite de la publication du livre "Archimède : Œuvres choisies" [ARCH], plusieurs lecteurs ont demandé : quels sont les développements futurs les plus prometteurs ?

Dans notre livre "Archimedes Modern Works" [AMW], nous mentionnons plusieurs directions où les idées d'Archimède apportent une approche nouvelle ; c'est le cas en particulier des "cartes d'Archimède". Mais, par l'ouverture sur les applications, c'est clairement la "Méthode" qui doit en premier lieu retenir l'attention. Voyons les faits.

II. Historique

Dans une lettre à Eratosthène, Archimède dit "Je suis persuadé que des chercheurs, soit de notre époque, soit de l'avenir, trouveront, par l'application de la méthode que j'aurai fait connaître, encore d'autres propositions qui ne me sont pas encore venues à l'esprit."

La "Méthode" se trouve dans le palimpseste d'Archimède, et c'est la seule copie connue. Selon Wikipedia : https://fr.wikipedia.org/wiki/Palimpseste_d'Archimède :

"Un palimpseste est un manuscrit écrit sur un parchemin usagé, dont les caractères ont été effacés afin de pouvoir réutiliser le parchemin, qui était rare et coûtait cher à l'époque [...]. Il fut découvert à Constantinople en 1906 et publié à partir de photographies par le philologue danois Johan Ludvig Heiberg (1854-1928), puis traduit du grec en anglais par Thomas Heath."

"On ne sait pas ce qu'il advint du palimpseste de 1908 à 1998. Il est mis en vente à cette date chez Christie's [...] et est acheté pour deux millions de dollars par un acheteur anonyme."

"Le palimpseste a été déposé en janvier 1999 par son acquéreur au Walters Art Museum de Baltimore, qui est chargé de sa conservation, sa restauration et son étude."

III. La Méthode : principe de base

En quoi consiste la "Méthode" et en quoi diffère-t-elle fondamentalement des outils mathématiques usuels ?

La Méthode (en vocabulaire moderne, nous dirons "méthode de comparaison", ou "méthode de pesée") consiste, grossièrement parlant, à générer un objet connu et à le comparer à l'objet inconnu. C'est fondamentalement différent des approches explorées depuis plus d'un millénaire, qui consistent à chercher des formules exactes, décrivant une situation quelconque : que l'on pense par exemple à la recherche des racines d'un polynôme.

Pour répondre à la question posée par un lecteur de l'édition récente [ARCH], il n'y a pas, de notre part, la moindre trace de critique quant aux orientations qui ont été suivies. Elles ont résulté, comme c'est le cas en science en général, mais aussi dans les lettres et dans les arts, de l'apparition de talents, d'opportunités, etc. Mais il se trouve que, à l'heure actuelle, un certain nombre de préoccupations font que l'analyse de la "Méthode" devient particulièrement pertinente.

La question se pose actuellement, en effet, de la prise en compte des incertitudes sur les données ; c'est un sujet de société particulièrement vivant. Or, lorsqu'on résout une équation polynomiale, le résultat peut être particulièrement sensible aux erreurs sur les données ; une

autre difficulté concerne la prise en compte des incertitudes dans les codes de calcul (voir l'article [BBGB] sur ce point particulier).

IV. Deux exemples

Pour bien faire comprendre ce que signifie "générer une situation connue et la comparer à une situation inconnue", prenons deux exemples actuels qui utilisent cette approche.

A. La reconnaissance automatique de caractères

Pour lire automatiquement une adresse, La Poste génère des caractères : par exemple un "a", ordinaire, en gras, en italique, etc., et compare la lettre générée à celle que l'on cherche à identifier. La lettre retenue est celle, dans le dictionnaire avec toutes ses variantes, dont la similarité est la plus grande avec la lettre inconnue.

B. Le GPS

Le calcul du positionnement par satellite utilise un signal, émis par les satellites. Mais, à la réception, ce signal (dont la forme est connue a priori) peut être très faible ou corrompu. Le récepteur génère un signal du même type et essaie toutes les translations (décalages) possibles ; on retient celle qui a la plus grande similarité avec le signal d'origine.

V. Futures utilisations de la Méthode

Nous allons en donner deux, sous une forme très préliminaire ; elles correspondent à des situations que nous avons rencontrées, mais le projet n'a jamais été mené à terme. Cela aide à comprendre le potentiel d'application, qui est considérable.

A. Le remplissage des cales d'un navire porte-containers

Un container est une boîte métallique, généralement en forme de parallélépipède. L'unité de mesure est l'EVP, ou "équivalent vingt pieds" ; le navire de CMA CGM, Jacques Saadé, lancé en 2020, peut emporter plus de 20 000 EVP, tous semblables à celui de la figure ci-contre. Le problème est celui du remplissage optimal des cales ; en mathématiques, cela relève de ce qu'on appelle "recherche opérationnelle". Les contraintes sont doubles : il faut emporter le plus possible de containers (compte-tenu des contraintes, qui sont du type : il ne faut pas mettre un gros au-dessus d'un petit) et il faut minimiser le nombre d'opérations au chargement et au déchargement, et ce pour toutes les escales. On s'aperçoit immédiatement que le problème est difficile : si tous les containers sont des petits, sauf un qui est gros, on est obligé de le mettre à fond de cale. Mais si ce gros container doit être déchargé en premier, il faudra vider toute la colonne qui le surplombe.



L'approche usuelle consiste (comme toujours sur des problèmes de ce type) à définir une fonction coût, de manière plus ou moins arbitraire, et à chercher à la minimiser. L'approche d'Archimède serait conceptuellement très différente. Le chargeur dispose de nombreux navires, mais ils peuvent être classés selon quelques types. Les cargaisons ne sont pas les mêmes d'une mission à l'autre, mais, là encore, elles peuvent être classées en différents types. Pour chaque type de navire et de cargaison, on se dote d'une bibliothèque : voici quels ont été les chargements en pareil cas. On évalue a posteriori la qualité de la solution : était-elle ou non satisfaisante ?

Et lorsqu'une nouvelle situation apparaît, on recherche dans la bibliothèque les solutions les plus proches et les plus satisfaisantes, et on cherche à les améliorer ; l'idée la plus simple est de procéder à des permutations entre containers de même structure.

Nous remercions CMA-CGM de nous avoir consultés sur un problème de ce type.

Nous avons toujours été très critiques sur les approches réalisées en minimisant une fonction coût : ce coût est toujours arbitraire, et on oublie toujours des facteurs essentiels, comme l'usure des équipements et la perte de compétences. Nous estimons que les approches de ce type sont presque toujours mauvaises.

B. Guider un véhicule autonome

L'approche usuelle consiste à se doter de quantité de capteurs : des caméras, des radars, des lidars, etc. ; des algorithmes appropriés analysent chaque situation et prennent la décision aussi vite et aussi bien que possible. La difficulté tient au fait que les situations susceptibles d'être rencontrées sont très nombreuses et mal identifiées.

Lorsque nous avons été consultés sur ce sujet (Stellantis), une situation était du type suivant : le véhicule voit une poubelle sur le bord de la route, et il s'arrête parce qu'il croit qu'il s'agit d'une petite fille qui veut traverser.



Nous avons également été consultés par la SNCF pour un projet de train autonome, et nous avons fait la suggestion suivante : mettre en place un dispositif qui apprend à conduire sous la supervision d'un conducteur humain. L'idée est la même que précédemment : on va constituer des bases de données de situations susceptibles d'être rencontrées (et la SNCF a une très ancienne connaissance de ces situations) et, dans chaque cas, l'automatisme va apprendre.

C. Points communs

La "Méthode" d'Archimède est directement liée au concept d'apprentissage. Au lieu de vouloir, comme c'est le cas actuellement, un système suffisamment élaboré qui sait réagir en toute circonstance, on part d'une connaissance imparfaite, que l'on appellera base de connaissances, et on l'améliore progressivement.

Il y a deux difficultés techniques : il faut savoir alimenter la base de connaissances et il faut savoir l'évaluer ; aucun des deux n'est facile. Comment le conducteur peut-il faire l'éducation du robot ? Comment noter les solutions rencontrées, pour dire que celle-ci est meilleure que celle-là ?

L'approche d'Archimède relève de l'apprentissage, de l'éducation : c'est ainsi que procède la Nature. Toutes les espèces, animales comme végétales, sont le résultat d'une évolution.

L'œil, tel que nous le connaissons aujourd'hui, n'est pas le résultat d'une optimisation instantanée, réalisée par la Nature, mais celui d'une évolution, avec échecs, erreurs et approximations, qui s'est étendue sur des millions d'années.

Le violon, tel que nous le connaissons aujourd'hui, n'est pas le résultat d'une mise en équation écrite par un mathématicien génial : personne ne saurait écrire une telle équation ; il n'est pas non plus le résultat du travail d'un programmeur. C'est une lente évolution, portant sur plusieurs siècles, qui lui a donné la forme retenue par Stradivarius et Guarnerius del Jesu à Crémone au début du 18^{ème} siècle, et qui a conduit au choix des bois et des vernis.



C'est le contraire de l'approche méthodologique retenue de nos jours, où l'on voudrait un système qui fonctionne instantanément. Il y a, à l'exiger, une certaine forme d'arrogance. La principale difficulté est d'ordre psychologique et culturel : de nos jours, les gens aiment à se doter de quantité de capteurs et sont contents de leur capacité de calcul. Exploiter le retour d'expérience fait "ringard".

En tant que société de services, nous sommes bien placés pour faire cette double constatation : les auteurs des méthodes utilisées (souvent des universitaires, à l'origine) clament qu'elles sont parfaites ; les utilisateurs se plaignent et disent qu'elles sont en définitive inapplicables. Rappelons le "Grand Challenge" de la DARPA, en 2004 : un robot mobile devait, par ses propres moyens, parcourir 150 miles dans le désert des Mojaves ; toutes les équipes universitaires assuraient de leur complète maîtrise du sujet, mais, la première année, aucune voiture n'a dépassé 7 miles.

Du point de vue des utilisateurs, on se heurte à cette difficulté majeure : ils ne disposent pas de la base de connaissances nécessaire et ne sont pas prêts à la constituer ; ils veulent une solution immédiate, même s'ils doivent payer une fortune. En général, ils ne disposent même pas d'une base de connaissances relative à l'état de leurs équipements, sujet pourtant essentiel pour la continuité de l'exploitation.

Mais ne soyons pas trop pessimistes : nous avons l'exemple du contrat "stabilité des talus", réalisé à la demande de la RATP, où l'approche d'Archimède s'est révélée plus efficace que toutes les théories modernes relatives à la stabilité des sols. Un "Institut Archimède", dont les modalités restent à définir, pourrait parvenir à promouvoir ces idées. Il accueillerait évidemment toutes les idées originales sur ces questions.

VI. Références

[ARCH] Archimède : Œuvres choisies - Edition "Laurent le Magnifique", SCM SA 2024
https://www.scmsa.eu/livres/SCM_ARCH_order.htm

[BBGB] Bernard Beuzamy & Giovanni Bruna : Méthodes probabilistes pour les démonstrations de sûreté : utilisation incorrecte de la méthode de Wilks, 2024
https://www.scmsa.eu/archives/Methodes_probabilistes_demonstrations_surete_BB_GB_2024_05_20.pdf

[HEATH] Sir Thomas Heath : The Method of Archimedes, 1897, Cosimo Classics, 2007.

[AMW] Bernard Beuzamy: Archimedes' Modern Works, SCM SA, ISBN : 978-2-9521458-7-9, ISSN : 1767-1175. Size 15,3 x 24 cm. Hardcover, 220 pages.
https://scmsa.eu/livres/SCM_AMW_order.htm

[NOEL-NETZ] William Noel, Reviel Netz : Le Codex d'Archimède, JC Lattès, 2008

VII. Disponibilité des ouvrages

Archimède : Œuvres choisies - Edition "Laurent le Magnifique"

https://www.scmsa.eu/livres/SCM_ARCH_order.htm

Bernard Beauzamy: Archimedes' Modern Works

https://scmsa.eu/livres/SCM_AMW_order.htm

Achat groupé des deux ouvrages :

https://scmsa.eu/livres/SCM_AMW_ARCH_order.htm