

Société de Calcul Mathématique SA

*Outils d'aide à la décision*

*depuis 1995*



## Empirisme et dégénérescence en mathématiques

par John Von Neumann

*Extrait de la contribution de Von Neumann au recueil "The works of the mind", University of Chicago. Committee on Social Thought, University of Chicago Press, 1947. Nos remerciements à la bibliothèque de mathématiques de l'Université d'Illinois à Urbana-Champaign.*

Le point le plus crucial à propos des mathématiques, dans mon opinion, consiste en leurs relations tout à fait particulières avec les sciences de la nature, ou, plus généralement, avec n'importe quelle science qui interprète l'expérience à un niveau plus élevé que le niveau purement descriptif.

La plupart des gens, mathématiciens ou non, seront d'accord sur le fait que les mathématiques ne sont pas une science empirique, ou du moins qu'elles sont pratiquées d'une manière qui diffère, sur plusieurs points fondamentaux, des techniques d'une science empirique. Et cependant leur développement est très lié à celui des sciences de la nature. L'une de ses principales branches, la géométrie, est en réalité née comme une science de la nature, une science empirique. Certaines des meilleures sources d'inspiration des mathématiques modernes (selon moi, les meilleures) tirent clairement leur origine des sciences de la nature...

Il est difficile, pour un mathématicien, de croire que les mathématiques sont une science purement empirique, ou que toutes les idées mathématiques trouvent leur origine dans des domaines empiriques. Considérons d'abord la seconde partie de la phrase. Il y a diverses parties, dans les mathématiques modernes, pour lesquelles l'origine empirique ne peut être reconstituée, ou bien si elle l'est, elle est si lointaine qu'il est clair que le sujet a réalisé une métamorphose complète depuis qu'il s'est coupé de ses racines empiriques. Le symbolisme de l'algèbre a été inventé pour des besoins domestiques, mathématiques, mais on peut raisonnablement penser qu'il a des liens empiriques forts. Cependant, l'algèbre "abstraite" moderne se développe de plus en plus dans des directions qui ont encore moins de liens empiriques. On peut dire la même chose à propos de la topologie. Dans tous ces domaines, le critère subjectif de succès du mathématicien, qui lui permet de savoir si ses efforts en valent la peine, est interne, esthétique, et libre (ou presque) de tout lien empirique...

Je pense que c'est une approximation assez bonne de la réalité -laquelle est beaucoup trop complexe pour permettre autre chose que des approximations- que de dire ceci : les idées mathématiques ont une origine empirique, quoique la généalogie soit quelquefois longue et obscure. Mais une fois qu'elles ont été conçues, le sujet commence à vivre par lui-même une vie particulière, et se compare plutôt à un domaine créatif, gouverné presque entièrement par des motivations esthétiques, et non plus à une science empirique. Il y a cependant un point qui mérite d'être accentué.

Lorsqu'une discipline mathématique s'éloigne de ses sources empiriques, ou, encore plus, si on en est à la seconde ou troisième génération, inspirée seulement de façon indirecte par les idées venant de la "réalité", elle est menacée de dangers très graves. Elle devient de plus en plus de l'esthétisme pur, de plus en plus purement l'art pour l'art [en français dans le texte]. Ceci peut n'être pas mauvais, si le sujet est entouré de sujets proches, qui ont des connections empiriques plus fortes, ou si la discipline est sous l'influence d'hommes dotés d'un goût exceptionnellement développé.

Mais il y a un grave danger : que le sujet se développe le long de la ligne de moindre résistance, que le courant, si loin de sa source, ne se sépare en une multitude de branches insignifiantes, et que la discipline devienne une masse désorganisée de détails et de complexités. En d'autres termes, à grande distance de sa source empirique, ou après avoir absorbé quantité d'"abstraction", un sujet mathématique est en danger de dégénérescence. Au début, le style est habituellement classique ; lorsqu'il devient baroque, le signal du danger est levé. Il me serait facile de donner des exemples, de retracer des évolutions spécifiques dans le baroque et le hautement baroque, mais ce serait trop technique.

Dans tous les cas, lorsque ce niveau est atteint, le seul remède, selon moi, est le retour aux sources régénérant : la réinjection d'idées plus ou moins directement empiriques. Je suis convaincu que c'est une condition nécessaire pour conserver la fraîcheur et la vitalité du sujet, et que ceci restera également vrai dans le futur.

John Von Neumann