Société de Calcul Mathématique SA
Outils d'aide à la décision
depuis 1995

L'énigme des vitesses manquantes

Bernard Beauzamy
Février 2026

Résumé Opérationnel

Nous partons d'une situation très banale : l'observation des vitesses des véhicules, sur une bretelle d'autoroute, montre qu'aucune ne se situe dans la plage 90-100 km/h, ce qui, du point de vue du simple bon sens, est totalement absurde.

Nous montrons comment, de cette simple observation, on peut déduire des informations très précieuses à propos du système de mesure des temps : sa précision, le nombre de chiffres significatifs conservé, la liste des valeurs possibles (qui n'est pas un continuum) et l'existence d'un "facteur d'échelle" : la précision n'est pas la même d'un bout à l'autre de la gamme de mesure.

Cuvier pouvait, dit-on, reconstituer la forme d'un animal tout entier à partir de l'empreinte du pouce, c'est-à-dire produire un très grand nombre de données à partir d'une information très pauvre. Le mathématicien peut faire mieux, ce qui illustre bien la supériorité des mathématiques sur la biologie et les sciences forensiques. Il peut en effet reconstituer une quantité considérable d'information à partir d'une absence complète de données. Sherlock Holmes serait tombé à genoux en sanglotant.

***

I. Le problème proposé

Il y a quelques années, à la demande de l'autoroute Atlandes (A63), nous avons procédé à une analyse statistique des vitesses sur une bretelle de l'autoroute, où la vitesse est limitée à 110 km/h. L'analyse a porté sur un très grand nombre de véhicules : plus de 180 000.

Nous avons constaté qu'un tiers des véhicules avaient une vitesse supérieure à 100 km/h et deux tiers inférieure à 90 km/h, mais **aucun** entre 90 et 100 km/h. Sur une telle population, il est invraisemblable qu'aucun véhicule n'ait roulé à cette vitesse !

Précision : la vitesse est déduite des temps de passage sur deux boucles à détection magnétique, situées à 3,50 m l'une de l'autre.

II. Eléments d'analyse

A. Calculs préliminaires

Comme la distance entre les boucles de détection est connue, avec une précision aussi grande que l'on veut (ces boucles sont fixes), la difficulté ne peut provenir que de l'estimation du temps, puisque la vitesse est calculée à partir de la formule $d = vt$.

Faisons quelques calculs élémentaires :

- Pour 90 km/h, soit 25 m/s, le temps est $t = \frac{d}{v} = \frac{3.5}{25} = 0.14\ s$;
- Pour 100 km/h, soit $\frac{1000}{36}$ m/s, le temps est $t = \frac{d}{v} = \frac{3.5 \times 36}{1000} = 0.126\ s$.

Comment se fait-il que le capteur en temps (en l'occurrence un chronomètre) ignore l'intervalle de temps 0.126-0.140 ? Cela tient-il à l'arrondi ?

Si 0.126 était arrondi à 0.13, comme il est naturel, cela donnerait une vitesse de 96 km/h. Or une telle vitesse n'apparaît pas. Cela signifie que 0.126 est simplement tronqué à 0.12, donnant une vitesse de 105 km/h.

Autrement dit, deux facteurs se cumulent :

- La précision de la mesure n'est que de 2/100$^{\text{ème}}$ de seconde ;

- L'affichage se fait avec seulement deux chiffres après la virgule.

Les deux choses sont distinctes : la précision de la mesure et le format sous lequel l'information est conservée sont deux notions indépendantes.

B. Commentaires opérationnels

Pour l'exploitant de l'autoroute, la précision est bien suffisante : il s'intéresse au comptage des véhicules. On pourrait améliorer la précision (à chronomètre identique) en écartant les deux boucles (par exemple 35 m au lieu de 3.5 m), mais cela pose des problèmes pratiques : un véhicule peut s'arrêter entre les boucles, voire même faire demi-tour ! De plus, si les boucles sont trop éloignées, on ne peut plus parler de vitesse instantanée, mais seulement de vitesse moyenne.

C. Compléments mathématiques

La question ressort de ce qu'on appelle "métrologie" et il y a des organismes très compétents dont c'est le métier. Ils savent en particulier que la précision d'un capteur n'est pas la même tout au long de l'échelle de mesure : elle est en général meilleure au milieu et se détériore aux extrémités ; c'est ce qu'on appelle le "facteur d'échelle" (c'est assez intuitif). Cette question reviendra plus loin.

La constatation que nous avons faite (la plage 90-100 km/h est ignorée) n'est pas complètement satisfaisante. On peut obtenir des conclusions beaucoup plus pertinentes. Voyons les choses de plus près.

Disons que les réponses en temps sont entre 0 et 1s. Commençons par la situation où le chronomètre indique des temps au dixième de seconde près. Les réponses sont donc du type $\frac{k}{10}$, avec $k=0,\dots,10$. Les vitesses seront alors $v=\frac{10d}{k}$, $k=1,\dots,10$; autrement dit, nous aurons un ensemble discret de vitesses, qui ne seront pas équiréparties.

Voyons maintenant la situation (c'est celle du présent exemple) où le chronomètre indique des temps au centième de seconde près. Les réponses seront du type $\frac{k}{100}$, avec $k=0,\dots,100$; les vitesses seront, en m/s $v=\frac{100\,d}{k}$, $k=1,\dots,100$, et en km/h $v=\frac{360\,d}{k}$, $k=1,\dots,100$.

Autrement dit, la conclusion n'est pas "certaines plages sont ignorées" mais : les vitesses possibles forment un ensemble discret, pas du tout réparti de manière égale. Voici les 20 premières vitesses possibles (en km/h) :

k	vitesse (km/h)		k	vitesse (km/h)
1	1260,00		11	114,55
2	630,00		12	105,00
3	420,00		13	96,92
4	315,00		14	90,00
5	252,00		15	84,00
6	210,00		16	78,75
7	180,00		17	74,12
8	157,50		18	70,00
9	140,00		19	66,32
10	126,00		20	63,00

Voyons maintenant la situation présente, où la précision n'est que 2 centièmes de seconde ; k ne prend que des valeurs paires : $k = 2j, \; j = 0,...,50.$ En km/h, $v = \dfrac{180\,d}{j}, \; j = 1,...,50$; les vitesses possibles sont :

j	vitesse (km/h)		j	vitesse (km/h)
1	630,00		11	57,27
2	315,00		12	52,50
3	210,00		13	48,46
4	157,50		14	45,00
5	126,00		15	42,00
6	105,00		16	39,38
7	90,00		17	37,06
8	78,75		18	35,00
9	70,00		19	33,16
10	63,00		20	31,50

Autrement dit, ce système ne délivre qu'un ensemble très limité de vitesses possibles, à savoir, en km/h :

126, 105, 90, 79 70 63 57, etc.

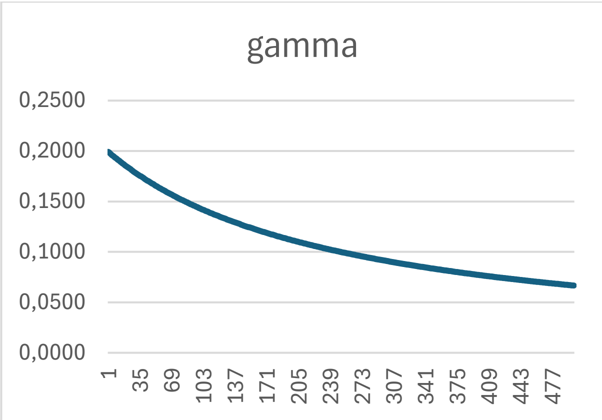
Nous sommes en présence d'un "effet d'échelle", comme vu plus haut : la précision est beaucoup moins bonne pour les fortes vitesses, bien meilleure pour les faibles vitesses.

Un tel dispositif serait bien sûr inapproprié pour une surveillance réglementaire de la vitesse.

Une conclusion complètement identique apparaît si l'on cherche à appliquer la formule $F = m\gamma,$ pour calculer une accélération sous la forme $\gamma = \dfrac{F}{m}$. Imaginons le dispositif suivant : on cherche à déterminer l'accélération subie par une bille, soumise à une force F constante et égale à 10 N. La masse m est mesurée à 0.2 gramme près et est de l'ordre de 100 g. Entre la masse 50 g et la masse 150 g, elle sera de la forme $50 + 0.2k$, $k = 0,...,500.$ L'accélération sera :

$\gamma = \dfrac{10}{50 + 0.2k} \ \ m / s^2 .$

C'est un ensemble discret de valeurs, qui n'est pas également réparti sur toute la plage : la représentation est un arc d'hyperbole, et non un segment de droite.



Nous avons rencontré cette situation lors d'un contrat avec la RATP il y a quelques années : il s'agissait du freinage des trains.

III. En conclusion

Nous constatons que le système décrit ici ne se contente pas d'ignorer certaines plages de vitesse, mais en réalité il ne fournit qu'une cinquantaine de valeurs possibles pour la vitesse, valeurs qui sont d'autant plus rapprochées que la vitesse est plus faible. Les valeurs pouvant être assignées à des valeurs élevées de la vitesse sont très rares.

De manière générale, retenons ceci : si on cherche à mesurer une quantité $A = \dfrac{B}{C}$, où C est discrétisé en pas égaux : $C = \alpha + k\beta, \ \ k = 0,1,...,$ alors A sera discrétisé et la discrétisation se fait par pas "hyperboliques" (graphique ci-dessus) et non par pas égaux ; la distance entre deux valeurs retenues est plus faible lorsque k est grand que lorsque k est petit.

Il faut se garder de mettre des données dans un logiciel, sans réfléchir, et encore moins de les confier à un système d'intelligence artificielle. A chaque fois que l'on reçoit des données, il faut s'efforcer de réfléchir à la façon dont elles ont été acquises. S'il s'agit de préoccupations réglementaires, les organismes de métrologie doivent être consultés.

A titre d'information, les radars mesurant la vitesse, au bord des routes, sont supposés faire un angle bien défini avec la chaussée et être calibrés périodiquement par des organismes compétents. Ils ont certainement leurs limites en termes de température ambiante et de visibilité.

Référence :
Bernard Beauzamy : Méthodes Probabilistes pour l'étude des phénomènes réels.
ISBN 2-9521458-0-6. ISSN 1767-1175, broché, 369 pages. Seconde Edition, juin 2016.
https://scmsa.eu/livres/SCM_MPPR_order.htm