



Lisser l'activité d'une entreprise

Un programme de recherche proposé aux étudiants en mathématiques et à leurs professeurs

par Bernard Beauzamy

Mai 2026

1. Présentation du besoin

Une préoccupation que les entreprises rencontrent fréquemment consiste en le "lissage" de l'activité : ne pas se retrouver certains jours avec une charge de travail énorme, et plus rien le lendemain.

Le sujet présenté ici trouve son origine dans un problème que nous a soumis la RATP en 2016 : il s'agissait d'optimiser la planification de travaux, en l'occurrence le remplacement d'équipements. Par principe, l'entreprise sait (au moins de manière approximative) combien de jours de travail prendra chaque tâche élémentaire ; il s'agit de les répartir au mieux ; l'idéal serait que, sur une période totale donnée, chaque jour ait sensiblement la même charge : c'est ce qu'on appelle "lissage" de la charge de travail.

Bien sûr, beaucoup d'entreprises ont les mêmes préoccupations : celle qui gère une flotte de camions, celle qui envoie des salariés en intérim, etc. Chacun de nous, au quotidien, a des soucis du même genre.

Par définition, un "projet" consiste en un certain nombre de jours \times homme. Les jours sont indiscernables, les hommes aussi. On pourra penser, pour fixer les idées, à une entreprise qui gère des camions avec chauffeurs : tel jour, elle doit envoyer trois camions avec chauffeur à tel endroit, etc.

L'entreprise doit gérer un certain nombre de projets, par exemple une dizaine pour fixer les idées. Chaque projet a ses caractéristiques propres : par exemple un projet (3,4,2,1) signifie que le projet s'étend sur 4 jours et requiert 3 personnes le premier jour, 4 le second, 2 le troisième et une le quatrième. Ceci est fixe et ne peut être modifié.

L'entreprise est astreinte à finir l'ensemble des projets sur un laps de temps bien défini, mettons 10 jours pour fixer les idées. Mais, dans certains cas, elle ne verrait pas d'inconvénient à finir plus tôt ; cela dépend du nombre et du statut des salariés. Dans tous les cas, il y a une borne à l'effectif disponible, dont il faut tenir compte, et qui empêche de lancer tous les projets en même temps le premier jour.

L'entreprise a le droit de décaler les projets : faire en sorte que le second commence plus tard, etc. Mais elle ne peut ni les modifier, ni étendre la durée totale.

Sur le plan mathématique, le besoin est mal défini : on ne sait pas ce qu'il faut optimiser, ni même si une optimisation est réellement requise : l'amélioration de l'existant serait déjà un progrès.

On pourra penser que, pour une entreprise, tous les projets ne sont pas équivalents. Elle peut avoir envie de traiter en premier les plus lourds (charge totale de travail maximale), ou bien encore les plus courts (pour s'en débarrasser plus vite et acquérir de la trésorerie), ou bien encore les plus longs (parce que ce seront les plus difficiles). Chaque orientation donnera lieu à une approche mathématique différente.

Enfin, une remarque très importante est que les entreprises ne se soucient pas d'optimisation. Peu leur importe que la solution obtenue soit la meilleure possible (en quel sens ?). Ce qu'elles veulent est que cela améliore l'existant. Deux préoccupations reviennent souvent :

- La solution doit être obtenue assez rapidement ; s'il faut deux jours pour planifier des projets sur dix jours, cela n'a pas grand intérêt ;
- La solution doit être assez robuste, en un sens mal défini : si tel projet prend un jour x homme de plus ou de moins, on voudrait bien ne pas avoir à recommencer tout à partir de zéro.

2. Recevoir les solutions

Nous accueillerons volontiers toutes les solutions, pourvu qu'elles aient un contenu concret : voici comment nous comprenons le besoin de l'entreprise et voici comment nous y répondons. Les personnes intéressées peuvent parfaitement se rapprocher d'une entreprise et l'interroger : par le passé, avez-vous rencontré des situations où la charge de travail était mal répartie ? Dans l'immense majorité des cas, les entreprises ont été confrontées à de telles difficultés ; il s'agit alors de savoir comment on aurait pu améliorer la situation.

Nous publierons les meilleures réponses dans un numéro spécial de notre newsletter "les mathématiques du réel", disponible sur notre site :

https://www.scmsa.eu/archives/Newsletter_mathematiques_du_reel.pdf

et également disponible sur LinkedIn et nous les diffuserons auprès des entreprises intéressées.

Pour nous écrire : contact@scmsa.com

3. Présentation du cadre de travail

Fixons les notations. On dispose d'un certain nombre T de jours, numérotés de 1 à T , entre lesquels il s'agit de répartir un certain nombre de tâches, à savoir des projets. La valeur de T est fixe et ne peut être modifiée.

Un projet est caractérisé par sa durée, notée d , mesurée en jours, et par une suite de nombres :

$$P = (n_1, n_2, \dots, n_d)$$

qui ne peuvent être modifiés.

Chaque n_j représente la charge de travail pendant le $j^{\text{ème}}$ jour ; ce sont des entiers positifs ou nuls : n_j représente le nombre d'hommes dont on a besoin ce jour-là pour ce projet.

Le donneur d'ordre doit traiter un certain nombre de projets, notés P_k , $k = 1, \dots, K$, et voudrait faire en sorte de les "lisser", c'est-à-dire que, chaque jour, la charge de travail totale résultant de l'ensemble des projets soit la plus constante possible, tout en respectant la durée totale T .

La seule possibilité dont dispose le donneur d'ordre est de décaler un projet : il peut fixer à sa guise la date de début de chaque projet. Mais il ne peut pas modifier la durée, ni la charge de travail chaque jour : elles sont déterminées par la nature même du projet.

Notons bien qu'il s'agit nécessairement de projets indépendants. Si le début du second projet doit attendre l'achèvement du premier, aucune optimisation n'est possible.

4. Un exemple

Voici un exemple numérique à traiter : 5 projets, s'étalant sur 10 jours. Les charges de travail sont données dans le tableau suivant :

	jour 1	jour 2	jour 3
Projet 1	3	2	1
Projet 2	0	2	3
Projet 3	4	0	1
Projet 4	1	2	3
Projet 5	1	2	4

On rappelle que chaque projet peut être décalé dans le temps, mais non étiré : 3,2,1 peut devenir 0,3,2,1, mais non 3,0,2,1.