

Société de Calcul Mathématique SA

Outils d'aide à la décision

depuis 1995



Etude statistique relative à la turbidité de l'eau

Rapport adressé à

COSEA

(à l'attention de M. David Bécart)

par la

Société de Calcul Mathématique SA

en application de votre bon de commande no 0693, du 29/08/2016

Résumé opérationnel

COSEA souhaite savoir si la qualité de l'eau dans un captage d'eau potable s'est dégradée du fait des travaux réalisés pour la construction de la LGV : y a-t-il une augmentation de l'intensité et de la fréquence des épisodes de forte turbidité (présence d'éléments solides dans l'eau) ?

Nous effectuons deux études ; la première consiste à compter le nombre d'épisodes où la turbidité dépasse différents seuils et à comparer ces nombres avant et après les travaux. Un épisode peut durer un quart d'heure ou plusieurs jours. Dans la seconde étude, nous nous intéressons à la durée pendant laquelle la turbidité dépasse un seuil donné. Les deux aspects "nombre d'épisodes" et "durée" sont différents, et nous les avons traités séparément.

Afin de prendre en compte l'influence de la pluviométrie sur la turbidité, nous étudions séparément la turbidité dans les cas "pluviométrie faible", "moyenne", et "forte" et la comparons sur les périodes 2009-2011 et 2015-2016.

Les deux études parviennent à la même conclusion : excepté dans le cas "pluviométrie faible", il y a plus de pics de turbidité après les travaux qu'avant : la turbidité dépasse les seuils plus souvent et plus longtemps.

Etude du nombre d'épisodes

Lorsque la pluviométrie est faible, il y a plus d'épisodes de turbidité avant les travaux. Pour les seuils très élevés (>10 NFU), le nombre d'épisodes est sensiblement identique. La limite de qualité, fixée à 1 NFU [ARS], est dépassée 83 fois par an avant contre 53 fois par an après. Le tableau ci-dessous présente le nombre d'épisodes par an pour différents seuils :

Seuil de turbidité (NFU)	Nombre d'épisodes par an en 2009-2011	Nombre d'épisodes par an en 2015-2016
1	83	53
2	24	24
5	5	2
10	2	2
15	2	2
20	1	2
25	1	2
30	1	2

Dans le cas "pluviométrie moyenne", il y a davantage d'épisodes de forte turbidité en 2015-2016. En revanche, pour les seuils très élevés le nombre d'épisodes est identique :

Seuil de turbidité (NFU)	Nombre d'épisodes par an en 2009-2011	Nombre d'épisodes par an en 2015-2016
1	112	128
2	26	81
5	6	11
10	2	6
15	2	3
20	1	1
25	1	1
30	1	1
35	0	0

Dans la situation "pluviométrie forte", il y a nettement plus d'épisodes après, quel que soit le seuil (sauf 1 NFU). Il y a par exemple 30 épisodes par an au-dessus de 5 NFU après contre 6 avant.

Seuil de turbidité (NFU)	Nombre d'épisodes par an en 2009-2011	Nombre d'épisodes par an en 2015-2016
1	50	45
2	17	41
5	6	30
10	4	10
15	2	10
20	2	6
25	2	5
30	1	4
35	1	4
40	1	4

Etude de la durée

La seconde approche consiste à analyser la durée des pics. Pour chaque catégorie de pluviométrie, nous comparons la répartition de la turbidité pour les deux périodes 2009-2011 et 2015-2016.

Il s'agit de construire des lois de probabilités conditionnelles : on ne garde que les observations où la pluviométrie est dans la classe "faible", "moyenne" ou "forte" et on construit la loi de la turbidité dans ce cas-là seulement. Cette probabilité représente un pourcentage : durée de chaque classe de turbidité, rapportée à la durée totale de la catégorie de pluviométrie considérée.

Cas pluviométrie faible

Dans la situation "pluviométrie faible", il y a plus de pics avant les travaux. La turbidité ne dépasse 5 NFU que 0,19% du temps sur la période 2009-2011 contre 0,01% pour 2015-2016.

Le tableau ci-dessous présente la probabilité de dépasser différents seuils avant et après les travaux :

Seuil de turbidité (NFU)	Probabilité de dépasser le seuil avant	Probabilité de dépasser le seuil après
1	2,452%	0,656%
2	0,756%	0,400%
5	0,194%	0,014%
10	0,125%	0,010%
15	0,073%	0,010%
20	0,049%	0,010%
25	0,039%	0,010%
30	0,032%	0,010%
35	0,020%	0,010%
40	0,010%	0,010%
45	0,002%	0,010%

Cas pluviométrie moyenne

Dans le cas "pluviométrie moyenne", la conclusion est inversée : il y a plus de pics après les travaux et la turbidité est répartie sur de plus fortes valeurs pour la période 2015-2016. La probabilité de dépasser des seuils très élevés, supérieurs à 15 NFU, est sensiblement identique. Le tableau ci-dessous précise ceci :

Seuil de turbidité (NFU)	Probabilité de dépasser le seuil avant	Probabilité de dépasser le seuil après
1	2,746%	9,994%
2	0,655%	3,702%
5	0,095%	0,859%
10	0,022%	0,183%
15	0,014%	0,018%
20	0,006%	0,007%
25	0,006%	0,007%
30	0,006%	0,004%
35	0,002%	0,000%

Cas pluviométrie forte

Pour la classe "pluviométrie forte", pour tous les seuils en dessous de 20 NFU, la probabilité de dépassement est largement supérieure après, comme le montre le tableau ci-dessous. Cependant, pour les seuils au-dessus de 25 NFU la probabilité de dépassement est supérieure avant (mais ces probabilités sont très faibles et peu significatives).

Seuil de turbidité (NFU)	Probabilité de dépasser le seuil avant	Probabilité de dépasser le seuil après
1	23,620%	42,800%
2	10,300%	37,500%
5	3,700%	8,270%
10	1,250%	2,130%
15	0,610%	1,230%
20	0,290%	0,390%
25	0,190%	0,050%
30	0,040%	0,020%
35	0,021%	0,009%
40	0,014%	0,009%
45	0,014%	0,009%
50	0,007%	0,009%

En conclusion :

- Dans le cas de la pluviométrie faible, il y a moins d'épisodes de turbidité, en nombre et en durée, après travaux qu'avant ;
- Dans le cas de la pluviométrie moyenne, et surtout dans le cas de la pluviométrie forte, il y a plus d'épisodes de turbidité, en nombre et en durée, après travaux qu'avant.

I. Introduction

COSEA est un groupement d'entreprises chargé de la ligne de TGV Tours-Bordeaux. Il souhaite savoir si la qualité de l'eau dans un captage d'eau potable s'est dégradée du fait des travaux réalisés : y a-t-il une augmentation de l'intensité et de la fréquence des épisodes de forte turbidité (présence d'éléments solides dans l'eau) ? Jusqu'à présent, la comparaison a été faite uniquement sur la base du dire d'un expert (hydrogéologue agréé), et non à partir d'éléments factuels.

II. Description des données fournies

A. Présentation des données

COSEA nous a fourni un fichier Excel contenant des relevés de turbidité (en NFU) ainsi que des données de pluviométrie (en mm/m²) du 1^{er} janvier 2009 au 1^{er} avril 2016.

B. Traitements préalables

Nous avons construit un tableau, constitué des relevés de turbidité, du cumul de pluviométrie des 7 derniers jours, de la date et heure du relevé au format jj/mm/aaaa hh:mm:ss. Il y a un relevé de turbidité tous les quarts d'heure, ce qui fait 163 675 mesures au total. Nous conservons cette échelle de temps, car la durée des pics de turbidité est parfois inférieure à un quart d'heure, par exemple le 3 novembre 2015 de 15h30 à 15h45.

Les données de la période 2012-2014 sont biaisées en raison des travaux de terrassement. Nous utiliserons donc les données de 2009-2011 et 2015-2016.

C. Qualité des données

Il manque 96 jours de pluviométrie en 2015-2016, soit 21% de données manquantes sur cette période. Pour les remplacer, nous nous sommes procuré des relevés de pluviométrie sur le site de Météo France pour la période du 1^{er} janvier 2015 au 1^{er} août 2015, et du 23 mars 2016 au 1^{er} avril 2016. Les données proviennent de la station de Ruffec à environ 10 km du captage, et correspondent bien à celles fournies par COSEA comme on le voit ci-dessous :

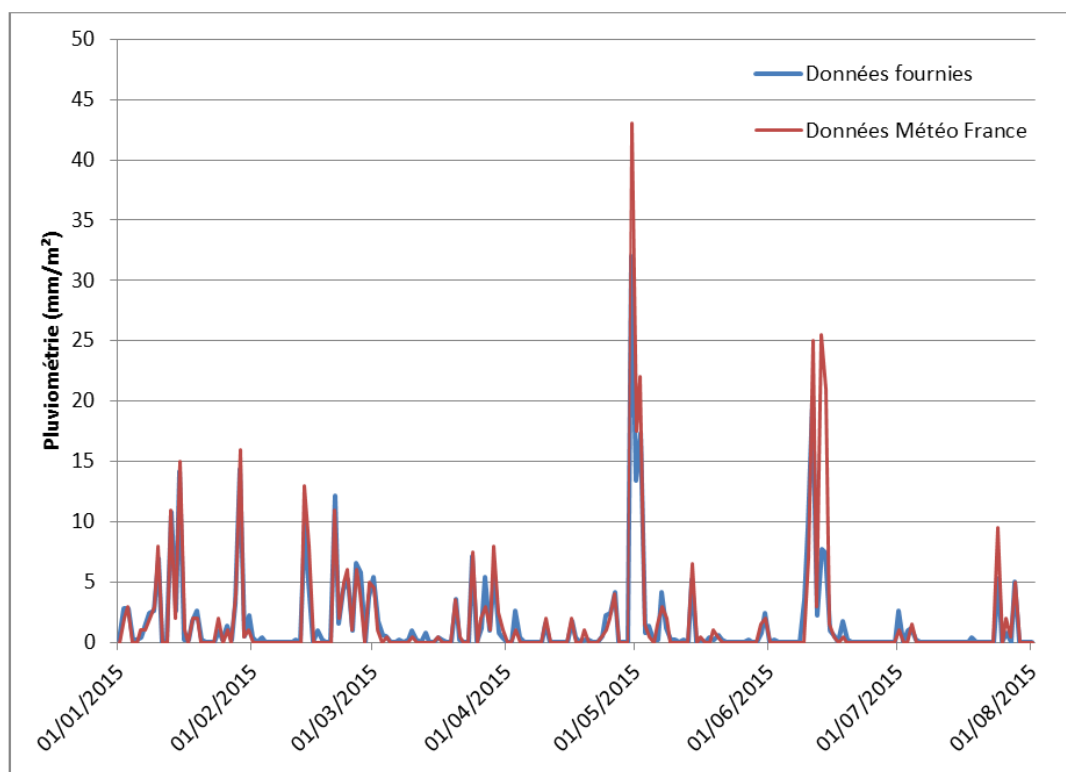


Figure 1 : comparaison entre les données de Météo France et celles fournies

Sur l'ensemble des données fournies, il manque 458 jours de pluviométrie (17%). Il n'y a pas de données manquantes sur 2009-2011.

III. Analyse de la turbidité

Nous effectuons deux études ; la première consiste à compter le nombre d'épisodes où la turbidité dépasse différents seuils et à la comparer avant et après. Un épisode peut durer un quart d'heure ou plusieurs jours. Cette approche est également employée pour les questions relatives à la qualité de l'air. Un pic de pollution au dioxyde d'azote à $400 \mu\text{g}/\text{m}^3$ durant 3 heures a autant d'importance qu'un pic de pollution à $200 \mu\text{g}/\text{m}^3$ pendant 3 jours [DGEC].

Dans la seconde étude, nous nous intéressons à la durée pendant laquelle la turbidité dépasse un seuil donné.

Afin de prendre en compte l'influence de la pluviométrie sur la turbidité, nous étudions séparément la turbidité dans les cas "pluviométrie faible", "moyenne", et "forte" et la comparons sur les périodes 2009-2011 et 2015-2016.

Un pic de pluviométrie se traduit par un accroissement de turbidité avec un décalage de quelques jours. Pour tenir compte de ce décalage, nous considérons le cumul de pluviométrie des 7 derniers jours.

Nous définissons trois classes de pluviométrie en fonction du cumul :

- inférieur à 5 mm/m² : "pluviométrie faible" ;
- entre 5 mm/m² et 30 mm/m² : "pluviométrie moyenne" ;
- supérieur à 30mm/m² : "pluviométrie forte".

La répartition de la pluviométrie est sensiblement la même avant et après :

	Avant	Après
Pluviométrie faible	39%	35%
Pluviométrie moyenne	47%	46%
Pluviométrie forte	13%	19%

Le tableau ci-dessous indique le nombre de quarts d'heure pour chaque classe de pluviométrie. La durée de forte pluviométrie est statistiquement significative et est équivalente avant et après les travaux :

	Avant	Après
Pluviométrie faible	40 857	20 736
Pluviométrie moyenne	49 456	27 366
Pluviométrie forte	14 033	11 226
Total	104 347	59 328

A. Première étude : nombre d'épisodes

Le nombre d'épisodes est calculé comme le nombre de fois où la turbidité franchit un certain seuil. Pour chaque classe de pluviométrie, nous comparons le nombre d'épisodes avant et après travaux.

Lorsque la pluviométrie est faible, les épisodes sont plus fréquents avant qu'après. En revanche, le nombre d'épisodes à très forte turbidité (supérieur à 15 NFU) est sensiblement le même. La limite de qualité de 1 NFU [ARS] est dépassée 83 fois par an sur 2009-2011 et 53 fois par an sur 2015-2016. Le tableau ci-dessous détaille le nombre d'épisodes pour différents seuils :

Seuil de turbidité (NFU)	Nombre d'épisodes par an en 2009-2011	Nombre d'épisodes par an en 2015-2016
1	83	53
2	24	24
5	5	2
10	2	2
15	2	2
20	1	2
25	1	2
30	1	2

Dans le cas "pluviométrie moyenne" il y a plus d'épisodes de forte turbidité après les travaux. Il y a par exemple 81 épisodes par an dépassant 2 NFU contre 26 par an avant. Le nombre d'épisodes présentant une turbidité très élevée (>30 NFU), est identique :

Seuil de turbidité (NFU)	Nombre d'épisodes par an en 2009-2011	Nombre d'épisodes par an en 2015-2016
1	112	128
2	26	81
5	6	11
10	2	6
15	2	3
20	1	1
25	1	1
30	1	1
35	0	0

Dans la situation "pluviométrie forte", il y a davantage d'épisodes, quel que soit le seuil comme on le voit ci-dessous :

Seuil de turbidité (NFU)	Nombre d'épisodes par an en 2009-2011	Nombre d'épisodes par an en 2015-2016
1	50	45
2	17	41
5	6	30
10	4	10
15	2	10
20	2	6
25	2	5
30	1	4
35	1	4
40	1	4

En outre, il y a nettement plus d'épisodes dans le cas "pluviométrie forte" que dans le cas "pluviométrie faible". Par exemple, en 2015-2016, il y a 29 épisodes au-dessus de 5 NFU en pluviométrie forte, contre seulement 2 épisodes pour "pluviométrie faible".

B. Seconde étude : durée

La seconde approche consiste à analyser la durée des pics. Pour chaque catégorie de pluviométrie, nous construisons les lois de probabilité de la turbidité pour les deux périodes 2009-2011 et 2015-2016 et les comparons.

Traçons tout d'abord l'histogramme de la turbidité dans le cas "pluviométrie faible", pour la période 2009-2011. Cet histogramme est, par définition :

- la liste des classes de résultats que l'on veut considérer ;
- la probabilité de chacune de ces classes.

Il s'agit de probabilités conditionnelles : ce sont les probabilités d'être dans chaque classe, sachant que l'on est dans le cas "pluviométrie faible". Elles représentent les durées de chaque classe de turbidité, rapportées à la durée totale de la catégorie "pluviométrie faible". Ces probabilités sont donc indifférentes au fait qu'il y ait plus ou moins de pluie après qu'avant.

Par souci de lisibilité nous construisons trois histogrammes partiels, dont les plages de valeurs sont :

- de 0 à 2 NFU ;
- de 2 à 5 NFU ;
- de 5 à 40 NFU.

Pour le premier histogramme, on divise la plage $[0,2]$ en 12 intervalles de largeur 0,2 NFU. Ce choix est arbitraire et le nombre d'intervalles dépend de la précision voulue pour le résultat : plus il y aura d'intervalles, plus le résultat sera fin.

L'objectif de cette analyse est d'établir le tableau suivant :

Intervalle [NFU]	Nombre d'occurrences	Probabilité
0 – 0,2		
0,2 – 0,4		
0,4 – 0,6		
...		
1,8 – 2		

Tableau 1 : tableau servant de base au calcul des lois de probabilité

Les intervalles sont du type $a \leq [\text{NFU}] < b$: le premier intervalle est ainsi $0 \leq [\text{NFU}] < 0,2$ et ainsi de suite jusqu'à $1,8 \leq [\text{NFU}] < 2$.

Dans la deuxième colonne, nous mettons le nombre d'occurrences dans l'intervalle ; il provient des données fournies. Le nombre d'occurrences représente la durée pendant laquelle la turbidité a été dans l'intervalle. Par exemple, s'il y a 4 occurrences dans l'intervalle 1,8 – 2 NFU, cela signifie que pendant une heure (quatre fois un quart d'heure), la turbidité était comprise entre 1,8 et 2 NFU.

Dans la colonne probabilité, nous calculons la probabilité de l'occurrence.

Voici le tableau rempli :

Intervalle [NFU]	Nombre d'occurrences	Probabilité
0 - 0,2	16197	0,40
0,2 - 0,4	15926	0,39
0,4 - 0,6	5548	0,14
0,6 - 0,8	1638	0,04
0,8 - 1,0	546	0,01
1,0 - 1,2	259	0,01
1,2 - 1,4	201	0,00
1,4 - 1,6	101	0,00
1,6 - 1,8	81	0,00
1,8 - 2,0	51	0,00

Tableau 2 : loi de probabilité de la turbidité

Ce tableau va servir de base au graphique suivant :

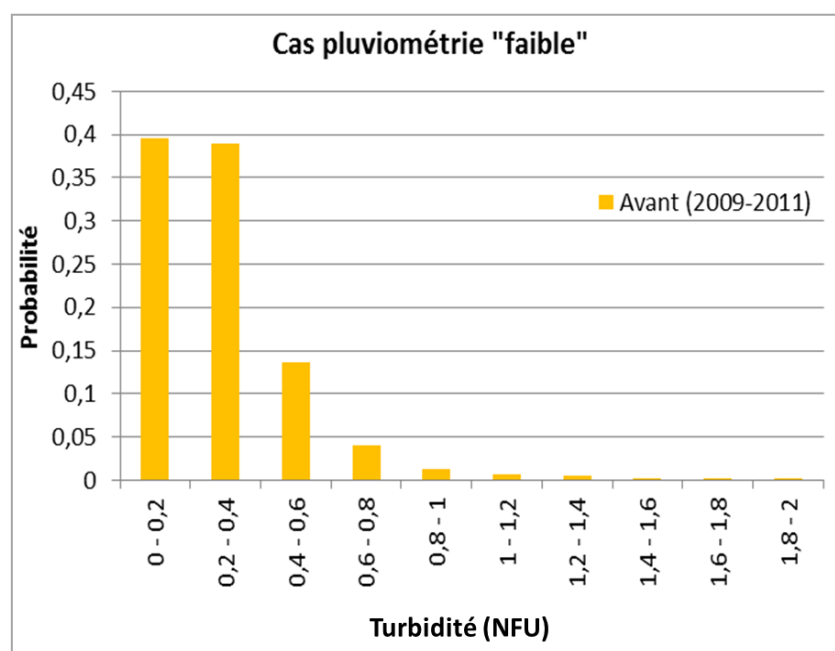


Figure 2 : histogramme de la turbidité entre 0 et 2 NFU

On effectue la même démarche pour le deuxième histogramme [2,5] :

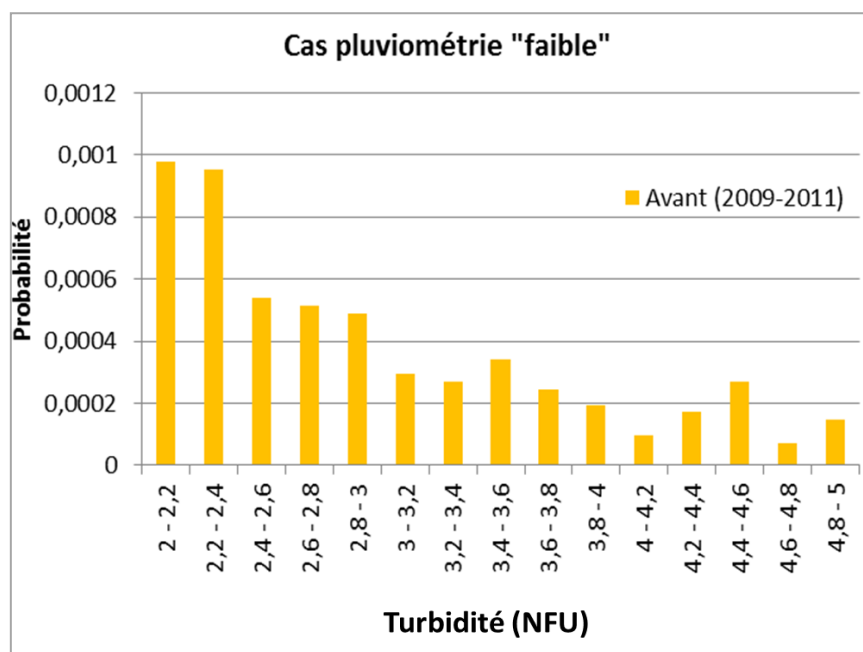


Figure 3 : histogramme de la turbidité entre 2 et 5 NFU

Pour le troisième histogramme, la plage [5,40] est divisée en 35 intervalles de largeur 1 NFU. Le 36^{ème} intervalle contient les valeurs supérieures à 40 NFU. On obtient le tableau suivant :

Intervalle [NFU]	Nombre d'occurrences	Probabilité ($\times 10^{-4}$)
5 - 6	10	2,4
6 - 7	8	1,9
7 - 8	3	0,7
8 - 9	7	1,7
9 - 10	2	0,5
10 - 11	6	1,4
11 - 12	4	0,1
12 - 13	6	1,4
13 - 14	2	0,5
14 - 15	3	0,7
15 - 16	1	0,2
16 - 17	5	1,2
17 - 18	3	0,7
18 - 19	0	0
19 - 20	1	0,2
...		
37 - 38	2	0,5
38 - 39	1	0,2
39 - 40	0	
≥ 40	4	1

Ce tableau sert de base au graphique suivant :

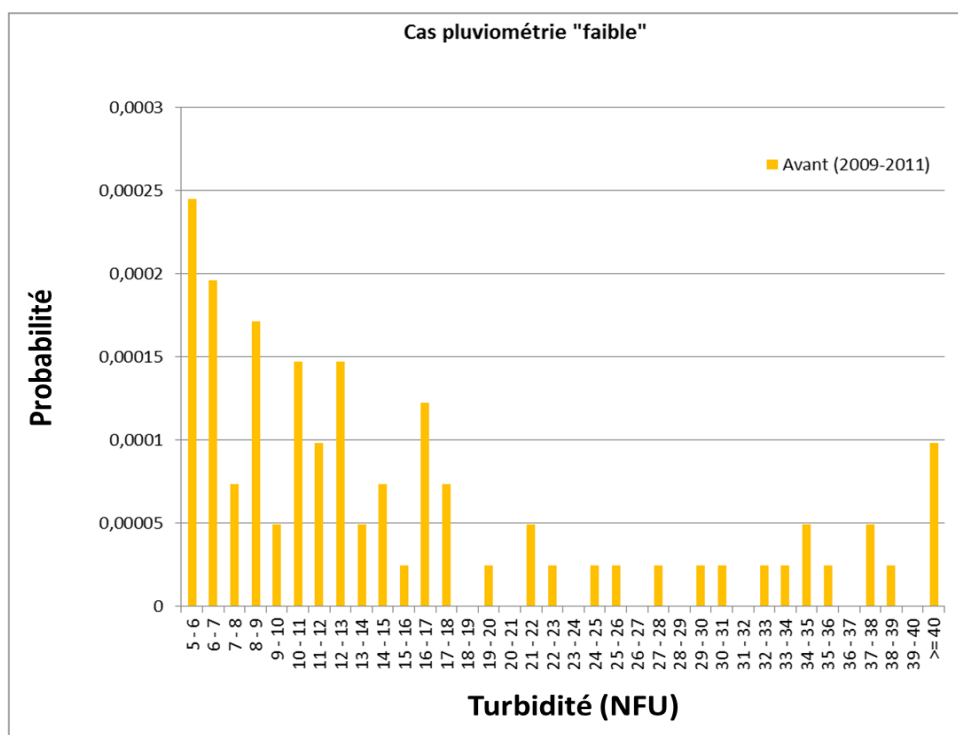


Figure 4 : histogramme de la turbidité entre 5 et 40 NFU

Nous traçons ensuite les mêmes histogrammes pour la période 2015-2016 et les comparons avec ceux de 2009-2011 :

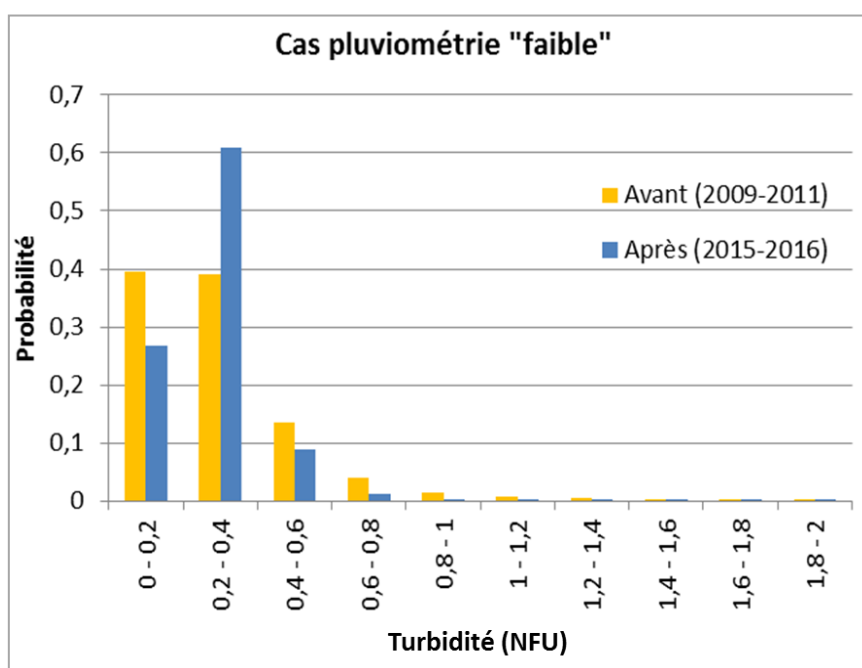


Figure 5 : histogramme de la turbidité dans le cas "pluviométrie faible" (0 - 2 NFU)

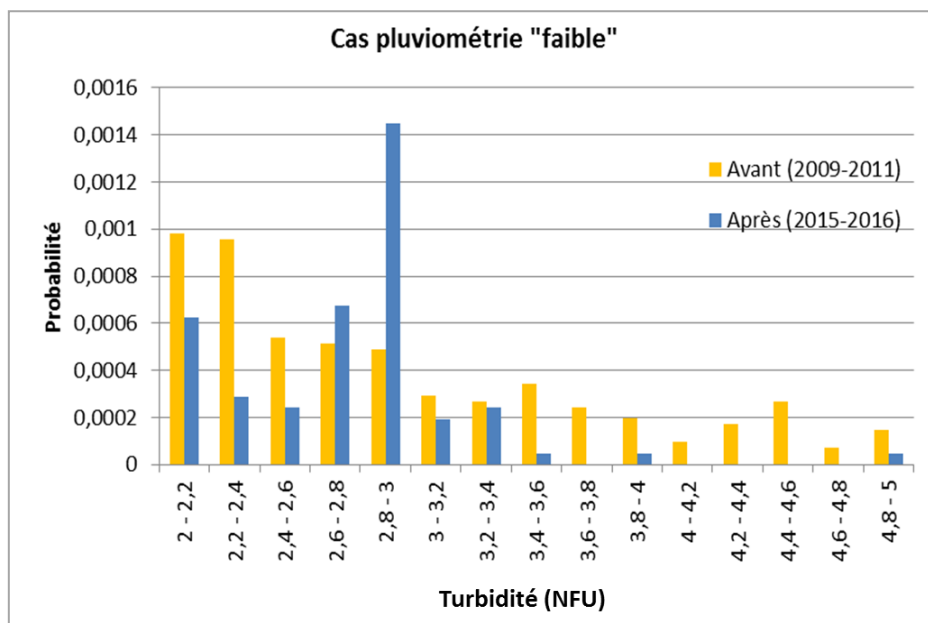


Figure 6 : histogramme de la turbidité dans le cas "pluviométrie faible" (2 - 5 NFU)

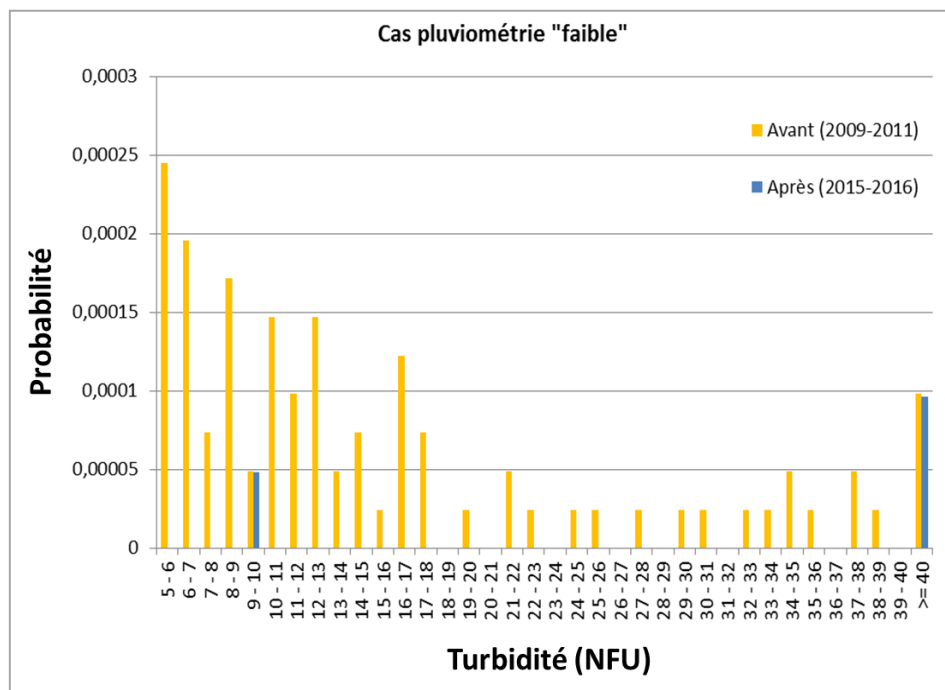


Figure 7 : histogramme de la turbidité dans le cas "pluviométrie faible" (5 - 40 NFU)

La turbidité est répartie sur de plus fortes valeurs pour la période avant travaux. Le tableau ci-dessous précise ceci en détaillant la probabilité de dépasser différents seuil avant et après les travaux :

Seuil de turbidité (NFU)	Probabilité de dépasser le seuil avant	Probabilité de dépasser le seuil après
1	2,452%	0,656%
2	0,756%	0,4%
5	0,194%	0,014%
10	0,125%	0,010%
15	0,073%	0,010%
20	0,049%	0,010%
25	0,039%	0,010%
30	0,032%	0,010%
35	0,020%	0,010%
40	0,010%	0,010%
45	0,002%	0,010%

La turbidité ne dépasse 5 NFU que 0,19% du temps sur la période 2009-2011 et 0,01% du temps pour 2015-2016.

Dans le cas "pluviométrie moyenne", la conclusion est inversée : il y a plus de pics après travaux et la turbidité est répartie sur de plus fortes valeurs pour la période 2015-2016. L'histogramme 2015-2016 est légèrement décalé vers la droite par rapport à l'histogramme 2009-2011 comme le voit ci-dessous. Cela signifie que la turbidité prend de plus fortes valeurs sur la période 2015-2016.

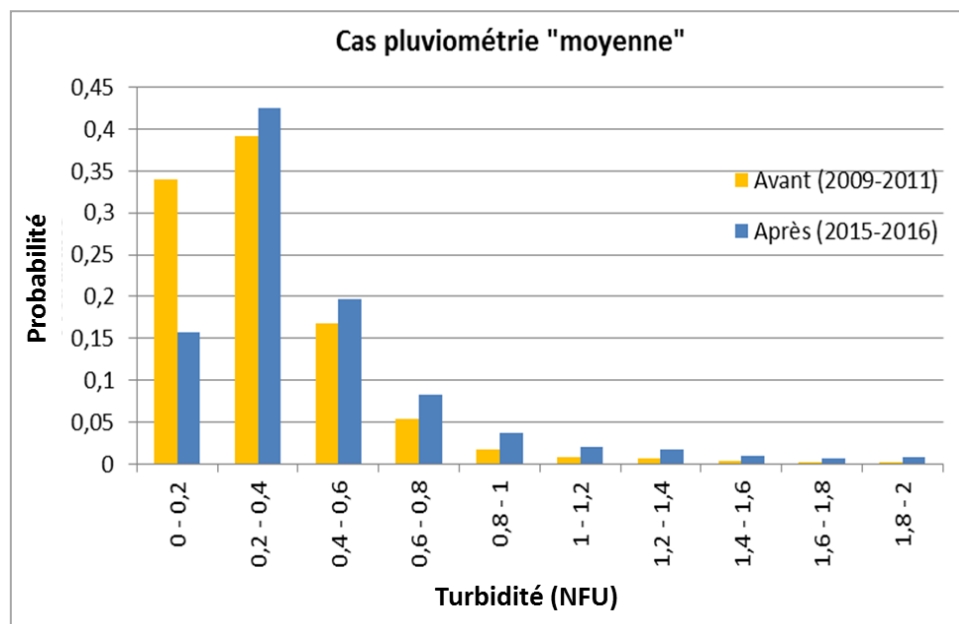


Figure 8 : histogramme de la turbidité dans le cas pluviométrie moyenne (0 - 2 NFU)

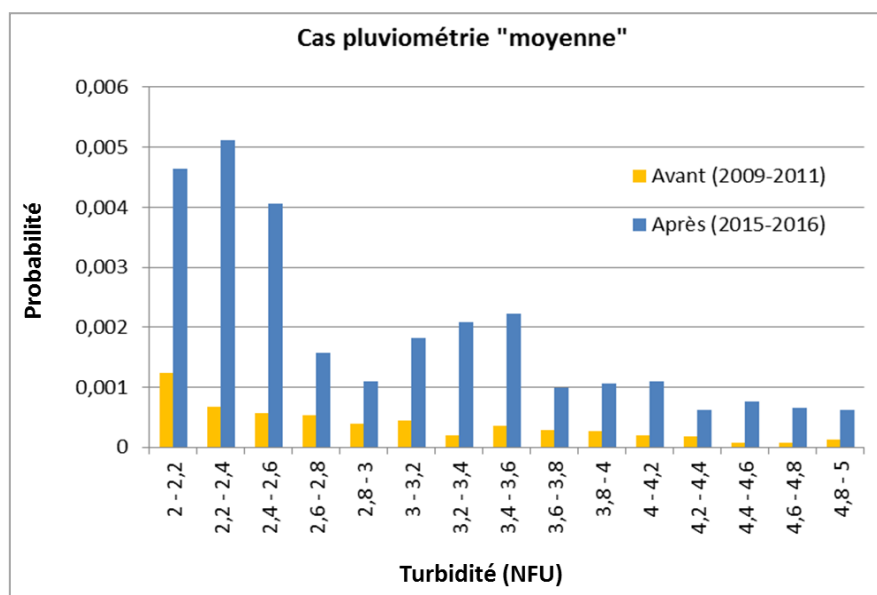


Figure 9 : histogramme de la turbidité dans le cas "pluviométrie moyenne" (2 - 5NFU)

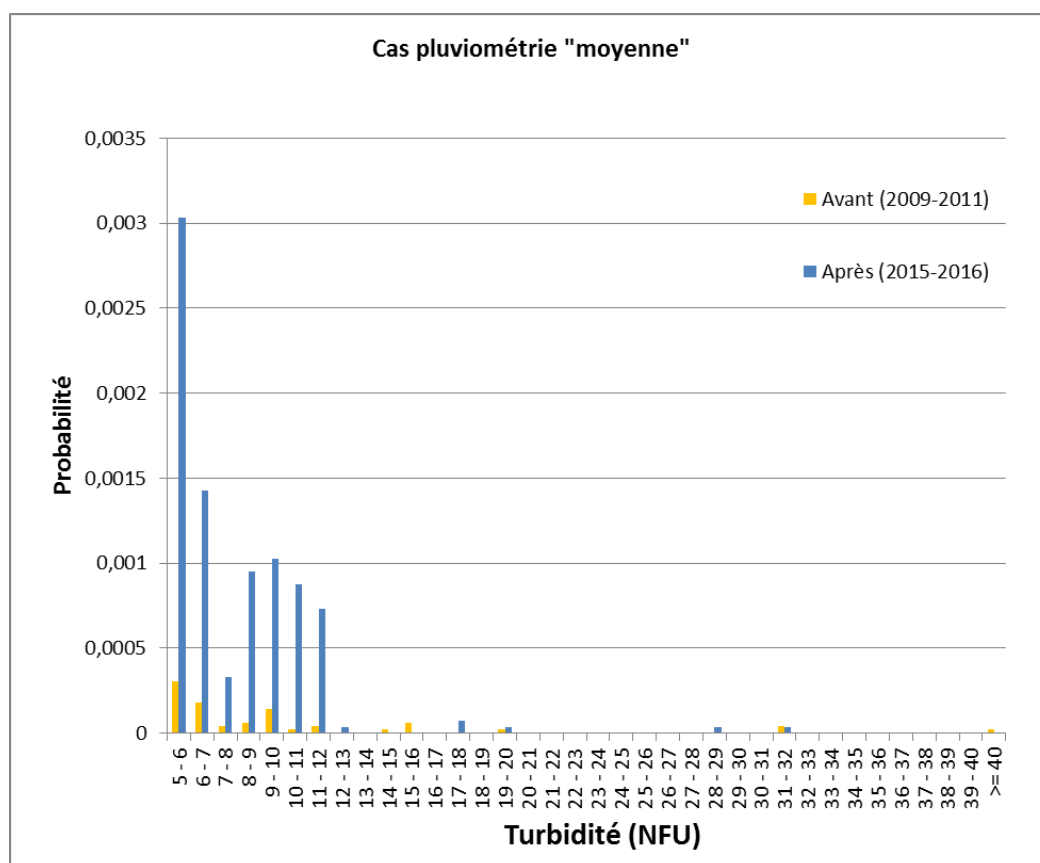


Figure 10 : histogramme de la turbidité dans le cas pluviométrie moyenne (5 - 40 NFU)

La probabilité de dépasser 5 NFU est de 3,7 après contre 0,7 avant. La probabilité de dépasser un seuil très élevé supérieur à 10 NFU est sensiblement identique. Le tableau détaille les probabilités de dépasser les différents seuils :

Seuil de turbidité (NFU)	Probabilité de dépasser le seuil avant	Probabilité de dépasser le seuil après
1	2,746%	9,994%
2	0,655%	3,702%
5	0,095%	0,859%
10	0,022%	0,183%
15	0,014%	0,018%
20	0,006%	0,007%
25	0,006%	0,007%
30	0,006%	0,004%
35	0,002%	0,000%

Dans la situation "pluviométrie élevée", il y a également davantage de pics de turbidité après. L'histogramme bleu (après travaux) est légèrement décalé vers la droite par rapport à l'histogramme jaune :

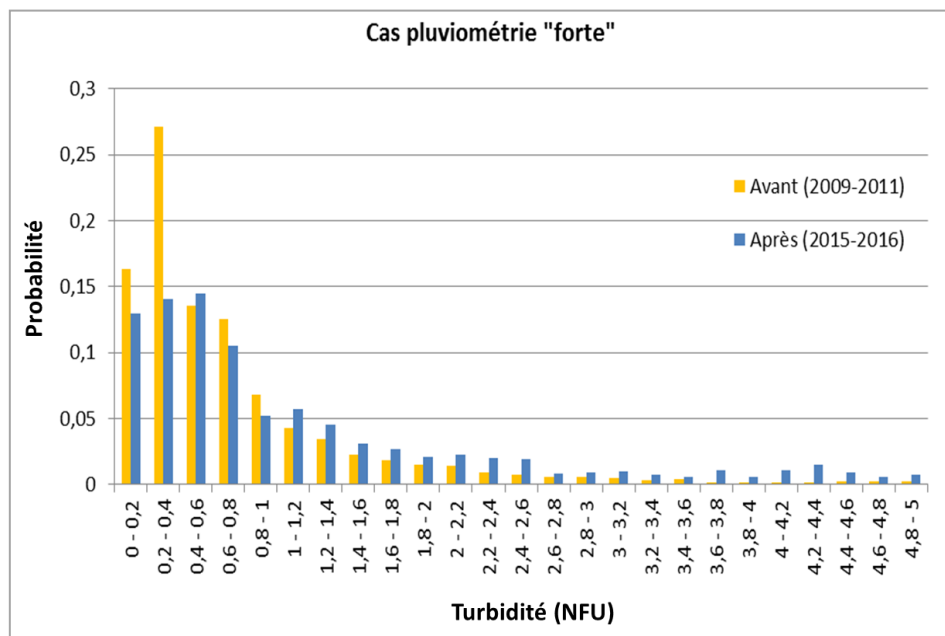


Figure 11 : histogramme de la turbidité dans le cas pluviométrie forte (0-5 NFU)

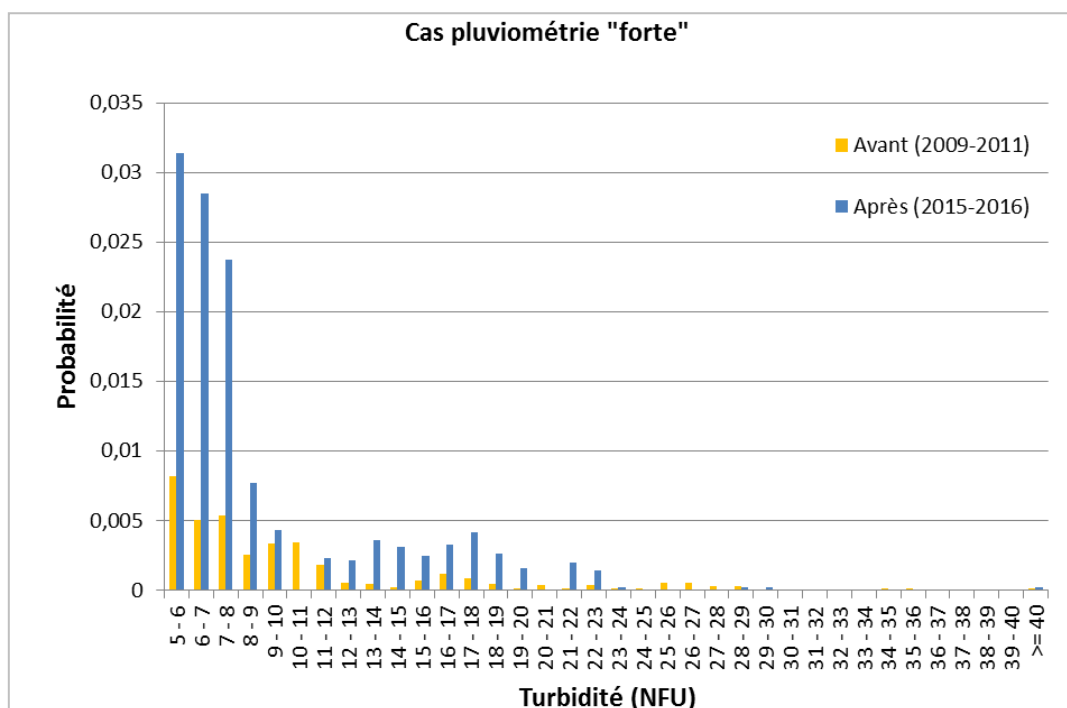


Figure 12 : histogramme de la turbidité dans le cas pluviométrie forte (5 – 40 NFU)

Pour tous les seuils en dessous de 20 NFU, la probabilité de dépassement est largement supérieure après, comme le montre le tableau ci-dessous. Pour les seuils au-dessus de 20 NFU la probabilité de dépasser est supérieure avant.

Seuil de turbidité (NFU)	Probabilité de dépasser le seuil avant	Probabilité de dépasser le seuil après
1	23,620%	42,800%
2	10,370%	37,530%
5	3,700%	8,270%
10	1,250%	2,130%
15	0,610%	1,230%
20	0,290%	0,390%
25	0,190%	0,050%
30	0,040%	0,020%
35	0,021%	0,009%
40	0,014%	0,009%
45	0,014%	0,009%
50	0,007%	0,009%

En outre, la turbidité est plus forte lorsque la pluviométrie est élevée que lorsqu'elle est faible. La probabilité de dépasser 1 NFU (le seuil de qualité) est de 0,6 % lorsque la pluviométrie est faible contre 43 % lorsqu'elle est forte, sur la période 2015-2016.

IV. Références

[ARS] <http://www.ars.poitou-charentes.sante.fr/Les-exigences-de-qualite-de-l.118515.0.html>, consulté le 23 septembre 2016

[DGEC] <http://www.developpement-durable.gouv.fr/Normes-et-valeurs-limites.html>, consulté le 23 septembre 2016.