Société de Calcul Mathématique SA
Outils d'aide à la décision
depuis 1995

Commentaire reçu d'un ingénieur calcul dans l'industrie,
suite à la publication de notre Newletter
"Les mathématiques savent-elles décrire les lois de la Nature ?"
12/08/2025

Bonjour,

Merci pour le partage de votre newsletter.
Débat philosophique très intéressant sur les mathématiques.
Je nuancerais certaines affirmations en particulier de quelle mathématique on parle ici ?

Je pense qu'il existe un biais dans la réflexion proposée dans la mesure où on semble partir du constat qu'on ne peut pas résoudre des EDP numériquement dans la plupart des cas. Mais c'est oublier la famille des méthodes de résolution théorique ? Biais de notre société moderne qui veut tout simuler de manière souvent très abusive (en mode gaming pour caricaturer) avec des modèles inadaptés, des équations bcp trop générales ? C'est peut-être notre point de convergence ?

En pratique, on ne s'intéresse qu'à une partie des solutions d'un système d'équations complexes.
Une simple équation du second degré dispose de 2 solutions et bien souvent il ne faut retenir que la solution physiquement admissible.
Il faut déjà distinguer ce qui serait physique de ce qui est purement mathématique.
Si on résout numériquement l'équation, il faudra bien quelqu'un qui tranche pour apprécier quelle est la solution pertinente au final.
La question qui se pose est de savoir comment on trouve et on approche les "bonnes" solutions à des équations issues de bilans physiques souvent mal posées du point de vue mathématique (stabilité, symétrie, consistance, séparation des échelles) ou trop générales (espace de solutions trop important).

Le but de la physique mathématique n'est-il pas justement d'essayer de développer des méthodes théoriques ou numériques pour résoudre des EDP qui effectivement prises de manière brute ne le sont pas (car mal posées, mal conditionnées, non symétriques ou encore discrétisées dans un espace beaucoup trop grand) ?

Il n'est pas question de faire une simulation avec les EDP de la mécanique quantique avec 10^15 particules pour prédire le comportement macroscopique d'un matériau ni faire une simulation avec les EDP de la relativité générale pour simuler la chute d'une pomme, ni encore de faire une DNS à haut Reynolds et bas Mach pour simuler le bruit d'un écoulement turbulent.

C'est effectivement impossible et pas uniquement pour des raisons de capacité informatique !! Je vous rejoins aussi, inutile de faire une simulation avec un modèle qui nécessiterait 20 chiffres après la virgule. En général, c'est qu'on ne se trouve pas à la bonne échelle du modèle physique et il faut le retravailler pour ne capter et calculer que ce qui nous intéresse.

Il s'agit de se placer à la bonne échelle avec le bon niveau d'émergence phénoménologique. C'est là l'art du physicien et de la modélisation mathématique ? Adopter une approche réductionniste avec les EDP ne fonctionne pas la plupart du temps car il y a trop de solutions (indépendamment du chaos même lorsque le modèle est réputé stable aussi bien physiquement que mathématiquement).

Un but de la physique théorique et du développement des méthodes mathématiques associées (physique mathématique) est justement de réduire le nombre de solutions admissibles de systèmes d'équations très ou trop complexes, trop générales.

L'exemple du pb à 3 corps et du système solaire est intéressant. A priori les mathématiques modernes sont en mesure de justifier pourquoi il peut être stable sur des temporalités courtes à l'échelle de l'univers.

Quand on cherche par exemple à développer une méthode numérique haute-fréquence pour résoudre un pb ondulatoire, on part bien d'une EDP très ou trop complexe a priori non résoluble numériquement avec les moyens disponibles (l'équation d'onde). Mais on rajoute des hypothèses pour pouvoir justement ne retenir qu'une partie des solutions d'intérêt. La théorie asymptotique permet par exemple de limiter l'espace des solutions en se focalisant sur des zones spécifiques.

Il me semble que les méthodes probabilistes fondées sur des données ne peuvent prédire le comportement d'un système physique suite à une émergence (ie non incluse dans la base initiale).

Or une EDP, construite à partir d'un principe physique fondamental, contient a priori toutes les solutions dans la limite des hypothèses de la théorie physique sous-jacente. Reste à faire le tri dans les solutions des EDP et à développer des méthodes pour les calculer. Et je crains que ce soit malheureusement plus compliqué que de travailler directement sur des solutions déjà connues (la base de données).

Il y a je pense un lien à faire avec le débat réductionnisme/holisme par ailleurs.
Au plaisir de poursuivre le débat.

Réponse de Bernard Beauzamy : Sur le fond, ce que je critique est le concept même d'EDP (la Nature ne les utilise pas), et non la manière dont elles sont résolues. Les Industriels ont des méthodes de résolution très satisfaisantes, et probablement bien adaptées à la nature de leurs problèmes (qui ne sont pas de nature chaotique).