Décembre 2008

RAPPORT D'EXPERTISE SUR LA PRÉCISION D'UNE LOCALISATION PAR ENREGISTREMENT SISMIQUE

M. Minoux, Professeur, Université Paris-6
Expert en algorithmique numérique et optimisation industrielle
Conseiller scientifique auprès de la DGA/MRIS

1 Rappel du problème à étudier

Une explosion de puissance limitée se produit en un point ("foyer") de coordonnées géographiques inconnues (X_f , Y_f) dans une zône peu éloignée (typiquement de 1km à une dizaine de km au plus) où se trouve un sismographe, lequel a pu enregistrer le signal dû à l'explosion. Il s'agit de savoir avec quelle précision il est possible de déterminer X_f et Y_f en supposant que la distance entre le point d'observation et le foyer est comprise, disons, entre quelques centaines de mètres et une dizaine de kilomètres.
Plus spécifiquement il s'agit de valider ou d'infirmer l'assertion selon laquelle, avec un seul enregistrement sismique, il serait possible d'effectuer cette localisation avec une précision sensiblement *inférieure au mètre*.

2 Argumentation détaillée

D'un point de vue intuitif, tout d'abord, on peut rapidement suspecter les principaux obstacles de nature à compromettre l'objectif de précision annoncé.
Même à faible profondeur (disons quelques centaines de mètres, puisque l'explosion considérée est supposée de puissance limitée) l'écorce terrestre est un milieu complexe, très hétérogène, comportant des obstacles et des discontinuités nombreux et très imparfaitement localisés, ayant des caractéristiques réflectives/réfractives/diffactives très mal connues. De ce fait les ondes sismiques, entre le foyer et le point d'observation, vont suivre des trajets multiples en grand nombre et dont les caractéristiques (vitesse de propagation, direction, coefficient d'atténuation) sont très fortement entachées d'incertitude. De plus, pour les distances importantes, (typiquement supérieures à une ou deux dizaines de km) la partie du signal reçu dûe à l'explosion devient indiscernable du bruit: le problème de la localisation est alors clairement impossible.
Pour une explosion de puissance limitée (typiquement un tir de mine pour travaux publics ou exploitation de carrières) la question de la précision ne se pose donc que pour des distances relativement faibles (disons inférieures à une dizaine de km) entre le foyer et le point d'observation. Notons qu'il est par ailleurs également réaliste de supposer que cette distance n'est pas non plus *trop faible*: en effet, puisque l'on dispose d'un enregistrement sismographique valide, c'est que l'appareil (le sismographe) n'a pas été détruit !

Une façon objective de se convaincre de l'infaisabilité d'une précision inférieure au mètre, dans le contexte identifié ci-dessus, est d'étudier le problème de la localisation *en se plaçant*

délibérément dans un cadre d'hypothèses idéales et en montrant que, même dans ces conditions 'idéales' , la précision obtenue serait sensiblement moins bonne. Pour définir ce cadre 'idéal', nous supposerons:

- que l'on dispose d'un modèle théorique *complet* et *exact* (non entaché d'incertitude) donnant, pour toute position possible du foyer (X_f , Y_f) la réponse impulsionnelle R(X_f , Y_f) reçue au point d'observation (placé à l'origine des coordonnées) pour une explosion ayant lieu au point (X_f , Y_f);
- que les seules source d'incertitude ou d'aléa proviennent donc de l'observation du signal: le signal enregistré est légèrement différent du signal 'exact' R(X_f , Y_f) du fait qu'il s'y ajoute inévitablement un bruit de fond, et du fait de l'imprécision de l'appareil d'enregistrement;
- concernant le bruit de fond, on se placera dans une hypothèse franchement optimiste en supposant qu'il ne commence à perturber significativement l'observation qu'à partir d'une distance de l'ordre de 10 km; plus précisément on supposera qu'à 10 km la puissance moyenne du bruit d'observation est égale à environ 10% de la puissance moyenne reçue du signal provenant de l'explosion;
- concernant la précision temporelle du sismographe utilisé, elle sera supposée de l'ordre de la milliseconde (les appareils courants offrent des précisions temporelles typiquement de l'ordre du centième de seconde, l'hypothèse d'une précision de l'ordre du millième de seconde est donc là encore franchement optimiste).

Ne disposant évidemment pas, pour le cas pratique précis ayant motivé la question discutée ici, d'un modèle complet et déterministe de la propagation des ondes sismiques, nous avons réalisé un *simulateur informatique* (en langage MATLAB); ce simulateur donne, dans un carré représentant une zône géographique de 20km de côté, et pour toute position (X_f , Y_f) du foyer, la réponse impulsionnelle (supposée exactement conforme à ce que ferait la nature) R(X_f , Y_f) en (0,0) (le centre du carré). Concrètement, chaque réponse impulsionnelle fournie par ce modèle est une somme de diracs, que l'on représente simplement par une liste de couples (instant, amplitude du dirac).
Dans les expériences mentionnées ci-dessous, les réponses impulsionnelles comportent typiquement une trentaine de diracs, ce qui est réaliste par comparaison à des enregistrements réels.

Grâce à ce simulateur nous avons pu générer 'ad libitum' des scénarios d'explosion pour différentes positions (X_f , Y_f) du foyer pour des distances au centre du carré comprises entre 500 mètres et 10 km, et nous poser le problème 'inverse' de détermination des valeurs de X_f et Y_f .
Plus précisément le protocole est le suivant.
On choisit arbitrairement un point d'explosion (X_f , Y_f) à distance d'au moins 500 mètres et au plus 10 km du point (0,0), et on détermine le signal enregistré obtenu en superposant le bruit (simulé par un générateur pseudo-aléatoire) à la réponse R(X_f , Y_f); on obtient donc un signal bruité que l'on note R'(X_f , Y_f).
Maintenant, à partir de ce seul signal bruité R'(X_f , Y_f), on va essayer de déterminer les coordonnées X' et Y' du ou des point(s) du plan tels que la réponse R(X',Y') soit *la plus proche possible* de la réponse observée R'(X_f , Y_f). De nombreux critères de proximité sont évidemment possibles, dans nos expériences nous avons choisi de valoriser la différence entre les deux réponses impulsionnelles R(X' , Y') et R'(X_f , Y_f) par un *critère quadratique* (somme des carrés des écarts entre les deux nuages de points dans $\mathbb{R}^2$ correspondant aux deux listes de diracs correspondantes).

Notons $\Delta[\ R(X',Y'),\ R'(X_f\ ,\ Y_f\ )\ ]$ la fonction donnant la valeur du critère quadratique précédent pour toute valeur du couple (X',Y'). L'estimation du point d'explosion est alors fournie par (X*,Y*) tel que:

$$\Delta[\ R(X^*,Y^*),\ R'(X_f\ ,\ Y_f\ )\ ] = \mathrm{Min}\ \left\{ \Delta[\ R(X',Y'),\ R'(X_f\ ,\ Y_f\ )\ ]\ \right\}$$

la minimisation ci-dessus s'effectuant sur l'ensemble des (X',Y') pris dans le pavé [-10000, +10000] × [-10000, +10000] (l'unité de longueur est le mètre).

Le tableau ci-dessous récapitule les résultats obtenus en réalisant une douzaine d'expériences de ce type.

Position du foyer	Coordonnées estimées	Erreur d'estimation (en mètres)
(5000, 5000)	(4260, 4980)	740.2 m
(1000, 2000)	(1210, 1640)	416.7 m
(-500, +500)	(-290, +340)	264 m
(-1200, +800)	(-1060, 790)	140.3 m
(-1000, -700)	(-850, -810)	186 m
(-1300, -200)	(-1140, -260)	170.8 m
(800, -600)	(920, -730)	176.9 m
(700, 800)	(1120, 710)	429.5 m
(500, 1500)	(950, 1240)	519.7 m
(100, -1200)	(141, -1240)	57.2 m
(-300, -500)	(-282, -638)	139.1 m
(-800, -1100)	(-629, -1140)	175.6 m

On voit que dans une très grande majorité de cas, l'erreur d'estimation est **nettement supérieure à 100 mètres, et toujours supérieure à 50 mètres !**

Notons par ailleurs que ces résultats illustrent bien l'augmentation significative de l'incertitude pour des distances importantes, disons à partir d'une dizaine de km: ceci s'explique par le fait que pour de telles distances, le signal dû à l'explosion commence à être plus difficile à extraire du bruit, et ceci rejoint l'analyse qualitative donnée plus haut.

Notons en outre que la pertinence des résultats obtenus par simulation apparaît a posteriori comme évidente au vu du raisonnement simple suivant: même en supposant connue exactement la *direction géographique* d'où provient l'explosion (l'angle par rapport au nord de l'axe foyer-point d'observation), et en supposant que les onders sismiques suivent un seul trajet (le trajet direct), le simple fait que le temps ne puisse être mesuré qu'avec une précision absolue de l'ordre de 10^{-2} secondes, les ondes sismiques se propageant à une vitesse comprises entre 5 et 10 km par seconde, donne une incertitude 'incompressible' sur la position de 50 à 100 mètres ! Dans nos simulations, nous avons volontairement fait l'hypothèse d'une incertitude temporelle 10 fois plus faible (10^{-3} sec), l'erreur 'incompressible' de positionnement en distance en résultant étant alors de 5 à 10 mètres (dans nos résultats l'incertitude, nettement plus grande, apparaît donc comme essentiellement dûe à l'absence d'information directionnelle précise, ainsi probablement qu'à l'existence de trajets multiples). En tout état de cause, il est possible d'affirmer que même si une mesure directionnelle parfaite était possible, on serait encore loin d'atteindre la précision espérée !

Au vu des résultats et des discussions qui précèdent, il est clair que, même dans un cadre d'hypothèses extrêmement favorables, et en supposant que l'on dispose d'un modèle théorique *complet* et *exact* (non entaché d'incertitude) de la réponse impulsionnelle du terrain dans la zône étudiée, la précision de la localisation est très mauvaise, la différence étant dans tous les cas de **plusieurs ordres de grandeur** par rapport aux valeurs espérées.

3 Conclusions

En s'appuyant sur des résultats des simulations, dont la vraisemblance est par ailleurs confirmée par des raisonnements physiques simples, nous pouvons donc affirmer que l'objectif de précision significativement inférieure au mètre rappelé dans le §1 plus haut **est absolument impossible à atteindre dans l'état actuel des techniques d'observation des signaux sismiques.**