Société de Calcul Mathématique SA
Outils d'aide à la décision
depuis 1995

Comment Aristide Forenmath, chef d'entreprise prospère, s'est ruiné grâce aux mathématiques

par Bernard Beauzamy

(texte initialement paru en complément des Lettres de la SCM no 44, 45, 46, 47, 2008 à 2009)

Il y a trois manières de se ruiner : les femmes, le jeu et les ingénieurs. Les deux premières sont les plus agréables, la troisième est la plus sûre.

Alphonse de Rothschild

Histoire en quatre épisodes

I. Episode 1 - décembre 2008

Oyez, pauvres gens, oyez, la douloureuse et horrifique histoire d'Aristide Forenmath, chef d'entreprise, qui, pourvu d'une bonne idée et d'un excellent marché, mourut aigri, ruiné, rejeté de tous, parce qu'il avait voulu innover en mettant des mathématiques là où il les croyait utiles.

1. Avant le drame

Aristide Forenmath, issu d'une bonne famille, avait fait des études universitaires, jusqu'au DEA de mathématiques (maintenant appelé « Master »), obtenu avec mention dans une excellente université parisienne. C'est assez dire qu'il avait appris la logique, l'indécidabilité, le théorème de Gödel, les problèmes NP-complets, la géométrie riemannienne et algébrique, l'analyse fonctionnelle en dimension infinie : toutes choses qui, comme on sait, sont utiles dans la vie de tous les jours, si on veut y comprendre quelque chose et rester maître de son destin. C'est dire aussi que, avec un pareil bagage, il faisait la fierté de ses professeurs, qui voyaient en lui un élément d'avenir.

Aristide avait hérité de son père une petite entreprise de services informatiques, créée dans les années 60 : époque où il fallait encore savoir programmer en assembleur pour développer un logiciel. Convenablement gérée par son père qui venait tout juste de prendre sa retraite, la Société d'Informatique Forenmath & Fils (SIF&F) avait raisonnablement prospéré, et Aristide jouissait agréablement de son capital, de sa notoriété et de sa clientèle.

La SIF&F avait en particulier connu son heure de gloire aux premières lueurs de l'an 2000. Un rapport établi par le cabinet PriceWaterhouseCoopers, payé trois millions d'euros (en grande partie sur fonds européens) avait en effet mis en lumière les dangers liés au bug de l'an 2000, pour les sanisettes de la ville de Bourg en Bresse : les utilisateurs risquaient de rester coincés toute la nuit de la Saint Sylvestre, à cause du bug. La SIF&F était intervenue sur le programme informatique de gestion des sanisettes, et le pire avait été évité : personne n'était resté enfermé dans les WC publics pendant la nuit fatidique. La SIF&F avait obtenu cet important marché grâce à une prestation facturée 89 999 Euros HT à la ville de Bourg en Bresse (miraculeusement juste en dessous du seuil des marchés publics).

Plus tard, en 2004, la SIF&F avait aidé le Conseil Supérieur de l'Audiovisuel à arbitrer un différend majeur pour l'espace audiovisuel français : la radio Skyrock voulait en effet diffuser du rap à Villedieu les Poêles, tandis que la Station « Rires et Chansons » revendiquait la même fréquence pour des émissions à destination des gardiens de vaches. Un réaménagement local de la Bande FM, réussi grâce à une réutilisation de fréquences proches, avait finalement permis d'éviter un conflit qui s'annonçait meurtrier. Les avocats des différentes parties, venus en repérage avec de grandes antennes, étaient finalement repartis bredouilles.

Bref, la SIF&F prospérait tranquillement dans son domaine de compétences, connue de tous, estimée de la plupart, lorsque Aristide Forenmath en prit les rênes, en janvier 2005.

2. La tension monte

Aristide Forenmath, comme on l'a dit, avait été formé aux mathématiques, science précise s'il en est. C'est donc très naturellement qu'il souhaitait utiliser sa formation dans son nouveau métier : ne pourrait-il y apporter, à la grande satisfaction de la clientèle, la rigueur et la précision qu'on lui avait enseignées ?

Il se mit à réfléchir : parmi tous les domaines où intervenait la SIF&F, lequel était le plus approprié ? Où faire une "injection" de mathématiques ? Où le bénéfice serait-il le plus grand, financièrement et intellectuellement ?

La question n'était pas simple. Les mathématiques sont partout, comme chacun sait, et décider où il y en a plus qu'ailleurs est une décision difficile.

Le bug de l'an 2000, qui lui avait si bien servi, était derrière soi, et la probabilité qu'il revienne un jour était assez faible, même si, ici ou là, on entendait parler de problèmes de "validation de logiciels".

Les problèmes d'allocation de fréquences, résolus pour le compte du CSA, comportaient des mathématiques intéressantes, mais le contrat était terminé. D'autres projets existaient, mais le CSA devait d'abord lancer une préétude pour décider du contenu de l'étude, et peut-être auparavant une préétude pour décider du contenu de la préétude.

Aristide voulait quelque chose qui ait à la fois un fort contenu mathématique et qui corresponde à un besoin social évident, avéré. Il voulait – souhait funeste qui allait entraîner sa

perte – concilier une recherche de haut niveau avec une mise en pratique fructueuse et rentable.

Il se mit à lire les journaux, à discuter avec ses anciens professeurs, à étudier les articles scientifiques. Il consulta le site web de la Société Française de Recherche Opérationnelle, qui après avoir fait faillite il y a quelques années, renaissait de ses cendres, plus orgueilleuse que jamais. Il étudia les programmes de recherche du CNRS, tous couronnés de succès. Il consulta les thèmes lancés par les grandes sociétés, dont les réussites étaient évidemment remarquables. On voyait bien, partout, les bénéfices apportés par les mathématiques là où elles avaient été employées.

Après bien des hésitations et des consultations, il se dit que les problèmes de livraison et de collecte répondaient bien à ses vœux. Sur le plan mathématique, les problèmes dits "de voyageur de commerce" sont très connus ; ils sont "NP-difficiles". L'énoncé se lit ainsi : étant donné un certain nombre de points dans un plan, trouver le trajet de longueur minimale qui passe par tous ces points.

Et, sur le plan de l'utilité sociale, on ne pouvait mieux tomber : tous les transports doivent livrer des marchandises en des points donnés, de même toutes les collectes, que ce soit de marchandises ou de déchets, doivent passer par des endroits pré-désignés. Le marché était donc immense. De plus, la SIF&F pouvait, une fois la théorie faite, développer en interne les logiciels correspondants, les interfacer avec un repérage par satellite, et fournir des outils "newlook" qui se vendraient comme de petits pains sur les Champs-Élysées, à prix d'or.

3. Le drame se noue

Aristide prit donc la décision de développer un logiciel d'itinéraires pour les collectes ou les livraisons. Décision ô combien raisonnable, mais dont les conséquences seraient incalculables.

En bon chef d'entreprise, Aristide se mit à se renseigner sur le besoin et sur la concurrence. Sur le besoin, il constata très vite que de nombreuses entreprises avaient des flottes de véhicules, et que des problèmes du type "que faut-il mettre le matin dans chacun des véhicules pour assurer les livraisons de pièces détachées qu'on nous a demandées, dans la France entière", étaient résolus de manière empirique : on prenait le schéma de la veille, et on le réemployait avec quelques modifications mineures, si besoin était.

Le remplissage des soutes d'un avion fournit un excellent exemple. Chaque jour, l'avion doit emporter un certain nombre de containers, dont les dimensions et le poids sont connus. Les dimensions des soutes sont également connues. Il faut ranger le plus de containers possible dans les soutes. Excellent problème pour un mathématicien, connu des spécialistes sous le nom de "knapsack" (problème du sac à dos : le campeur doit emporter ses provisions).

Et l'intervention du mathématicien est particulièrement pertinente, puisque plusieurs optimisations peuvent être envisagées : on peut vouloir emporter le plus de poids possible, ou bien le plus de valeur possible (ce n'est pas la même chose). On peut aussi demander à ce que le poids soit surtout mis à l'avant, car ainsi l'avion consomme moins de carburant. Bref, le rêve pour un théoricien. Et tous ces avions, un peu partout dans le monde, qui laissent quantité de mar-

chandise sur le tarmac, faute d'une théorie appropriée…Bref, l'univers entier attendait Aristide Forenmath et la SIF&F.

Quant aux logiciels concurrents, déjà sur le marché, ils plongèrent Aristide dans une stupéfaction mêlée d'hilarité. Pas un qui reposât sur des principes mathématiques robustes et logiques. Ce n'étaient qu'approximations, tâtonnements, méthodes semi-empiriques, recuit simulé, algorithmes gloutons, et tout une terminologie qui masquait mal l'insuffisance théorique.

Ces logiciels marchaient mal, se vendaient mal, et les utilisateurs n'en étaient pas satisfaits : on ne savait pas si la solution était bonne ou non ; l'absence fréquente de certaines données suffisait à bloquer l'appareil et, par-dessus tout, le calcul prenait souvent des heures, même sur une machine rapide. Lorsqu'une donnée se modifiait (par exemple un camion n'était pas là où il aurait dû être), il fallait tout relancer, et le travail de plusieurs heures était perdu.

Toute cette insatisfaction dans les résultats, Aristide la mettait sur le compte d'une insuffisance dans la théorie. Avec une théorie mieux élaborée, où les différentes situations auraient été convenablement analysées, les logiciels marcheraient mieux et plus vite. Et s'ils ne marchaient pas convenablement, pour le moment, c'était à cause d'une insuffisance mathématique à laquelle lui, Aristide, allait remédier.

Marché grandiose ! Vision sublime ! Tous les camions de France, puis d'Europe, puis du monde, utilisant tous ensemble les logiciels de la SIF&F pour calculer leurs itinéraires. Toutes les livraisons arrivant au bon moment, sans retard, avec les meilleures économies, grâce aux algorithmes d'Aristide Forenmath. Et pourquoi seulement les camions ? Les avions aussi, bien sûr. Les camionnettes, les triporteurs, les vélos même, étaient concernés. Tout ce qui bouge, roule, nage, ondule, vole, creuse, rampe, était concerné : chacun a son itinéraire, son point de départ et son point d'arrivée. Il n'y a pas de mobile sans point de départ, sans itinéraire et sans point d'arrivée.

Et les applications militaires ! n'oublions pas les applications militaires. Il faut faire des stocks de munitions, de vivres, d'équipements, lorsqu'on part en opérations. Où mettre ses stocks ? Comment passer de l'un à l'autre à moindre coût ? L'armée, bien sûr, s'équiperait aussi du logiciel de la SIF&F : comment faire autrement ? Et pas seulement le Ministère de la Défense, en France, mais la moindre tribu d'indigènes, allant guerroyer contre les tribus voisines.

Tout content de lui et des lendemains radieux qu'il voyait - l'universalité des mathématiques au service du besoin universel - , Aristide alla se coucher, après s'être promis :

- de recontacter ses anciens professeurs, pour qu'ils puissent l'aider à progresser sur les problèmes NP-difficiles ;
- de recruter plusieurs thésards et chercheurs pour constituer une équipe de travail.

A partir de là, toutes les conditions étaient réunies pour le déshonneur, puis la ruine, d'Aristide Forenmath, dans des délais étonnamment brefs. Le destin avait noué ses filets, et Aristide était pris dedans, sans aucun moyen d'en sortir. Comme dit un proverbe latin :
"Quos vult perdere, Jupiter dementat"

II. Episode 2 - mars 2009

Rappel : Aristide Forenmath, PDG de la Société d'Informatique Forenmath & Fils (SIF&F), formé aux mathématiques, a décidé de développer un logiciel de recherche opérationnelle : optimisation de tournées.

1. Le colloque de la SFRO

Pour renouer avec ses anciennes connaissances au sein du monde académique et rafraîchir ses souvenirs théoriques, Aristide se rendit donc au colloque annuel de la Société Française de Recherche Opérationnelle, société savante qui regroupe tous ceux qui se disent spécialistes d'optimisation.

La Recherche Opérationnelle est l'art d'utiliser au mieux les ressources disponibles, préoccupation légitime s'il en est : faire mieux avec les mêmes moyens, faire autant avec moins de moyens. Elle tire sa gloire du "problème de Didon". Au 8ème siècle avant JC, Didon débarque près de l'actuelle Tunis, et se fait offrir par les autochtones un petit terrain : "autant qu'il en pourrait tenir dans la peau d'un bœuf", formule évidemment ironique. Mais Didon, rusée, découpe la peau en fines lanières et parvient à entourer un terrain gigantesque, qui devient Carthage.

A vrai dire, notre 21ème siècle manque de données précises quant aux peaux de bœuf, pourtant d'usage fréquent. Mais si on considère que le bœuf pèse 800 kg, et qu'on l'assimile à un cylindre de 2 m de long (sans compter la queue et les pattes !), de densité 1, et si la découpe se fait en lanières de 2 mm d'épaisseur, on obtient une surface d'environ 40 hectares, ce qui est considérable.

Malheureusement pour les mathématiciens, le génie de la Reine Didon n'a rien de mathématique. Il tient au fait qu'elle a réussi ce glissement sémantique : "couvert par la peau" devient "entouré par la peau" ; il tient aussi à son habileté à découper en fines lanières (évidemment, plus les lanières sont fines et plus l'aire entourée est grande). Mais n'importe qui, doté d'une ficelle, constate que l'aire la plus grande entourée par la ficelle a la forme d'un cercle ; il n'y a pas besoin de théorème pour cela, et tout permet de penser que Didon ignorait même ce que pouvait être un théorème ; le "problème de Didon" est tout simplement une illustration de la rouerie féminine.

Pourtant, 2700 ans plus tard, dans ce colloque, Aristide écoutait une première présentation, sous le titre : "Deux problèmes liés à la théorie du contrôle et à la théorie des singularités : métriques sous-riemanniennes et observabilité non linéaire", dont le résumé, particulièrement évocateur, était : "A tout problème isopérimétrique sur une surface riemannienne on peut localement associer une métrique sous-riemannienne de contact en dimension 3. Le cas particulier des problèmes de Didon correspond à une classe de métriques sous-riemanniennes de contact singulières : les métriques sous-riemanniennes de contact admettant pour symétrie le champ caractéristique. Nous donnons la classification du lieu conjugué de toutes les situations génériques (c'est-à-dire la classification des singularités génériques de l'application exponentielle)

pour une famille à un paramètre de métriques sous-riemanniennes correspondant à une famille de problèmes de Didon riemanniens."

Aristide ne comprit pas grand-chose à cet exposé, mais, comme il était bon public, il en déduisit que ses connaissances étaient trop anciennes et avaient besoin d'être rafraîchies. Il alla donc trouver l'un de ses anciens professeurs, M. Gougnard, pour qu'il lui fournisse des explications : comment, de manière pratique, utiliser ces théorèmes pour concevoir son outil d'optimisation de tournées ?

Très content de revoir son ancien élève, M. Gougnard laissa immédiatement entendre qu'il serait ravi de devenir consultant rémunéré pour la SIF&F. Il expliqua, et Aristide était de cet avis, que la recherche opérationnelle avait pour vocation de fournir à l'entreprise les outils les plus efficaces possible. Et qui, mieux qu'un enseignant, mieux qu'un chercheur, mieux qu'un enseignant-chercheur, pouvait exhiber les outils les plus efficaces ?

Il fut donc immédiatement convenu que la SIF&F recrutait M. Gougnard comme conseiller scientifique, titre plus prestigieux que "consultant". Il se chargerait d'établir des contacts avec ses collègues et de procurer deux ou trois thésards qui mettraient en œuvre les outils ainsi conçus, faisant le lien avec l'entreprise. Du reste, le financement des bourses de thèse était aisé à obtenir, le gouvernement ayant mis en place quantité de dispositifs à cet effet, tous inefficaces et généralement nuisibles.

A titre préliminaire, M. Gougnard expliqua à Aristide le contenu de l'exposé. Il s'agissait en fait du contrôle des systèmes non-linéaires et de leur observabilité. Le travail présenté montrait clairement que "dans l'ensemble des systèmes non linéaires, lisses ou analytiques, affines en le contrôle, avec une entrée et au moins deux sorties supposées indépendantes de l'entrée, l'observabilité est une propriété générique. En d'autres termes, cela signifie que l'application entrée-sortie n'admet pas de singularités génériques."

Le problème que se posait Aristide (optimiser des tournées) était évidemment non linéaire ; en fait, il dépendait de tant de variables qu'il était presque impossible d'en faire le tour. Qu'on puisse le contrôler, moyennant certaines hypothèses, paraissait satisfaisant, au moins sur le plan intellectuel. Quant à savoir si le système était "lisse ou analytique", c'était affaire de spécialiste, tout comme la question de savoir si un schiste est ou non bitumineux. La propriété "avoir deux sorties indépendantes de l'entrée" paraissait un peu bizarre : pourquoi diable concevoir un système, si ce qui en sort ne dépend pas de ce qui y rentre ? Mais après tout il en va ainsi chez les hommes politiques : vous pouvez les alimenter de toutes sortes de notes intelligentes ; en sortie ils n'en font qu'à leur tête et ne tiennent aucun compte des études qu'ils ont pourtant demandées.

Aristide se dit qu'il fallait laisser agir les experts dans leur domaine d'expertise et, tout content de sa journée, rentra chez lui : n'avait-il pas trouvé immédiatement un conseiller scientifique réputé ?

2. Aristide recrute des thésards

Avec l'aide de M. Gougnard, Aristide décida de recruter deux thésards. Il lui suffisait pour cela de mettre une petite annonce sur les réseaux diffusés au sein des Universités et sur les sites web correspondants. Dès le lendemain, il avait une trentaine de candidatures : une douzaine d'Algériens, quatre Marocains, trois Maliens, six Chinois, quatre Indiens, et un Sénégalais. Il n'y avait aucun Français. Tous avaient évidemment d'excellentes références et avaient passé leurs examens avec les meilleures notes. Les professeurs avaient écrit de chaleureuses recommandations ; la plupart des Master "recherche" en France ne comportant plus guère d'étudiants français, les enseignants acceptaient -et bien souvent faisaient venir - tous les étudiants qu'ils pouvaient trouver, sans se montrer trop regardants quant à leur niveau.

La question du niveau est du reste un concept petit-bourgeois, élitiste, voire même néo-colonialiste. A partir du moment où un étudiant travaille sur "l'ensemble des systèmes non linéaires, lisses ou analytiques, affines en le contrôle, avec une entrée et au moins deux sorties supposées indépendantes de l'entrée", peu importe d'où il vient, peu importe s'il trouve ou non du travail, peu importe si cela répond ou non à un besoin de son pays d'origine : c'est tout simplement "l'honneur de l'esprit humain", et il est interdit de se poser toute autre question. Ici, nous sommes en présence d'un besoin universel, le plus haut niveau de la conscience humaine, et cela transcende les clivages habituels : ethniques, religieux, philosophiques, et même les préoccupations les plus ordinaires, comme la nécessité de la nourriture ou du logement.

On peut discuter, avec plus ou moins de profit selon les circonstances, avec des gens de toute race, de toute formation, de tout âge, mais, si l'on réfléchit un peu, on s'aperçoit qu'il est très difficile d'avoir une discussion constructive avec quelqu'un qui se présente comme "l'honneur de l'esprit humain". On ne peut que se prosterner et écouter.

Bref, Aristide, conscient qu'il était d'avoir été formé par une discipline qui était "l'honneur de l'esprit humain", recruta comme thésard un Chinois et un Algérien, dont les références étaient particulièrement élogieuses. Le Chinois ne parlait évidemment pas français, mais Aristide se disait qu'il pourrait l'aider à pénétrer le marché asiatique, lorsque le logiciel serait prêt. L'Algérien avait parlé français à la génération précédente et il en restait encore quelques traces écrites.

Gougnard, en vérité, s'était bien gardé de fournir ses meilleurs thésards ; il considérait en effet que ceux-ci devaient se tourner vers la recherche fondamentale : le Maître avec ses Disciples. Le contact avec une entreprise est toujours bon à prendre, par l'argent qu'il procure, mais il apparaît surtout comme un débouché pour les chercheurs de second niveau. Comme l'a dit Jean Dieudonné, un mathématicien illustre, "chaque année, seuls 4 ou 5 chercheurs font progresser la science" ; il n'est donc pas inutile de trouver des débouchés pour les autres. C'est même un service à leur rendre, si l'on souhaite s'en débarrasser.

Gougnard se souciait avant tout de ses publications : il en avait déjà 130, dans d'excellentes revues, et était lui-même membre du comité éditorial de plusieurs de ces revues. Il était bien sûr un fervent défenseur du principe du "jugement par les pairs", selon lequel les Universitaires décident eux-mêmes de leurs thèmes de recherche et de leurs carrières. Il s'était depuis longtemps entendu avec quatre ou cinq de ses plus influents collègues, et avait ainsi décidé, en toute simplicité, que ce qu'ils faisaient était bien et ce que faisaient les autres était mauvais, jugement d'une grande robustesse. Il était parvenu, au fil des années, à faire élire ses anciens

élèves comme professeurs dans diverses Universités, qu'il contrôlait ainsi indirectement. Et il était toujours consulté sur tous les programmes de recherche liés à sa discipline, ce qui lui assurait une influence et une stabilité jamais remises en cause. Qui, du reste, aurait pu les remettre en cause ?

Aristide interrogea Gougnard : comment procéder pour développer un logiciel d'optimisation de tournées ? Par quoi fallait-il commencer ? Quels étaient les objectifs à retenir et quelles étaient les contraintes ?

Gougnard avait assurément traité de nombreux contrats pour des entreprises : sa renommée lui attirait facilement des emplois flatteurs de consultant, mais il les considérait comme des tributs portés à sa gloire et il ne se souciait guère des résultats. A lui d'apporter les idées théoriques, aux autres de se débrouiller avec la mise en pratique. Il ne s'était jamais soucié de savoir quelles conséquences ses travaux pouvaient avoir sur le terrain, ni même si quelqu'un les avait réellement utilisés. On ne peut pas être à la fois l'honneur de l'esprit humain et le gagne-petit, le sans-grade, le peine-tôt, qui fait les vérifications : il faut savoir choisir.

Très gentiment (on doit être poli avec les bailleurs de fonds), Gougnard expliqua à Aristide qu'il y avait deux types de problèmes principaux : ceux où l'on optimise le temps de trajet et ceux où l'on optimise la distance à parcourir, ce qui n'est pas du tout la même chose, comme des exemples simples le montrent. On peut vouloir faire les deux, mais alors cela s'appelle de l'optimisation multicritères (et c'est plus cher, bien sûr). La minimisation du temps était traitée dans les volumes 4, 5 et 7 du travail en 34 volumes que Gougnard avait consacré à ces questions, tandis que la minimisation de la distance apparaissait dans les volumes 6, 11 et 14. L'optimisation multicritères était le thème principal des volumes 20 et au-delà.

Parmi les principales contraintes, on notait le temps de conduite des chauffeurs, les volumes et les poids de chargement utiles, ainsi que diverses situations spécifiques : tel matériel doit être déchargé avant tel autre, dans tel créneau horaire, etc.

Gougnard commença donc par conseiller à Aristide de rafraîchir ses connaissances théoriques en lisant les volumes correspondants, et Aristide se mit au travail avec ses thésards.

III. Episode 3 - juin 2009

1. Premier contact

Aristide se dit que, maintenant qu'il avait constitué son équipe, il était temps de se mettre au travail : réaliser un logiciel d'optimisation de tournées. Mais avant de développer le grandiose logiciel universel qu'il avait en tête, il valait mieux commencer par quelque chose de plus limité, simplement pour se faire la main et faire travailler l'équipe.

Que choisir ? Comme on sait, il y a partout des besoins en optimisation, que ce soit dans les camions, les trains, les avions, etc. Aristide se dit qu'il fallait une situation où le besoin était réel, mais la complexité réduite. Il pensa tout d'abord à la livraison des pizzas.

A priori, en effet, il s'agit d'un problème simple et bien défini : il y a un unique point de production et un nombre fini, bien caractérisé, de moyens de livraison (une dizaine de scooters). Les gens téléphonent en disant "je veux une pizza", le four produit la pizza et le scooter la livre. Il s'agit d'une manifestation éclatante du génie d'organisation propre à la race humaine : les dauphins ne savent pas faire cela, les chimpanzés non plus.

Aristide, fin mathématicien, se dit que les choses pouvaient certainement être améliorées. En effet, il se peut que le four reçoive commande de plusieurs pizzas à la fois, pour des destinations voisines, et en ce cas une même livraison permet de les emporter toutes. Et si les commandes ne sont pas absolument simultanées, peu importe : on peut attendre quelques minutes pour grouper les commandes.

Il téléphona donc à un livreur de pizzas et lui parla en ces termes "Monsieur, je suis mathématicien, et je souhaite étudier pour vous la possibilité d'améliorer vos livraisons en faisant appel à des algorithmes issus de la recherche la plus récente. Mais tout d'abord, j'ai besoin d'analyser votre processus, afin de déterminer si la complexité est polynomiale ou exponentielle".

Le gérant des pizzas, tourmenté par l'URSSAF qui le menaçait d'un contrôle, gêné par l'absence d'un chauffeur et la panne de deux scooters, répondit assez sèchement qu'il ne savait pas ce qu'était une complexité polynomiale ou exponentielle et qu'il n'avait pas besoin de mathématiques. L'obscurantisme, de nos jours, ne connaît plus de limites. Il y a, encore au 21ème siècle, des gens qui acceptent de ne pas savoir si une complexité est polynomiale ou exponentielle et prétendent malgré tout vivre heureux.

2. Second contact

Aristide, qui apprenait vite, se dit qu'il n'avait qu'à parler du besoin et des avantages qu'apporterait sa méthode. Il appela donc un second livreur et lui dit : "Monsieur, nous avons développé un logiciel qui vous permettra d'optimiser vos tournées, laissez-moi vous le présenter". Le lecteur notera au passage que Aristide était légèrement malhonnête (disons : commercialement malhonnête), en prétendant qu'il avait développé quelque chose alors qu'il n'avait rien développé du tout, et qu'il avait tout au plus une vague idée. Mais ce glissement sémantique est commun de nos jours, surtout au sein des firmes de haute technologie.

Aristide se rendit donc auprès du gérant de la société "Livr'Expres'Pizzas", qui disposait de douze scooters et douze chauffeurs : répartition optimale, qui permet de faire face à la situation fréquente où un chauffeur est malade et un scooter en panne, puisqu'alors il reste exactement le même nombre de scooters et de chauffeurs.

Il avait pris soin d'emporter son ordinateur "note-book" dernier cri, connecté en permanence à la Silicon Valley, et équipé des moyens de présentation les plus performants, reléguant "PowerPoint" à l'âge de pierre.

Ils prirent place autour d'une table crasseuse, dans un local sale et mal éclairé, le gérant ayant ôté son tablier de travail. Aristide lui fit une démonstration éblouissante, qui aurait convaincu le plus récalcitrant des experts du Pentagone. Il montra clairement que, si le livreur emportait deux pizzas au lieu d'une, ne serait-ce qu'une fois sur deux, il en résulterait une

considérable économie : la réduction du nombre des tournées compensant significativement l'allongement de celles-ci, qui était estimé à 27.65 % avec un taux de confiance de 92 %.

De ce fait, le gérant se retrouvait avec moins de tournées, donc plus de disponibilité pour les chauffeurs et moins d'essence. Il pourrait alors réduire son équipe à 11 personnes, avec le même résultat, ou bien encore essayer de conquérir d'autres quartiers. Bref, avec le logiciel de la SIF&F, la fortune du gérant était assurée, la concurrence enfoncée.

Le gérant, perplexe, se grattait le nez tout en buvant une bière (exercice dont la difficulté ne doit pas être sous-estimée). Il réfléchit et dit enfin : "c'est bien beau tout ça, mais comment ça marche et combien ça coûte ?".

Aristide réfléchit à son tour, et vit que le gérant avait, comme on dit dans la Silicon Valley, un problème d'entrées-sorties. Sous quelle forme, en effet, communiquer au logiciel le fait qu'une pizza devait être livrée à tel endroit à telle heure ? Fallait-il utiliser une base de données prédéfinie ? Des coordonnées géographiques basées sur la latitude et la longitude, ou bien sur le système WGS84 ? Et, à l'inverse, comment tirer profit des résultats du logiciel ? Fallait-il équiper chaque scooter du GPS, prévoir une connexion radio avec un site central, permettant ainsi de fournir à chaque pilote le trajet exact qu'il devrait suivre, ou bien pouvait-on se contenter de lui imprimer une liste d'adresses, à visiter les unes après les autres ?

Devant ces incertitudes, Aristide dit : "écoutez, je vous propose ceci : d'ici quinze jours, trois semaines au plus, je vous présenterai un prototype ; vous verrez comment ça marche et nous discuterons du prix à ce moment-là. De toute façon, vous verrez que vous êtes gagnant".

Il faut évidemment une bonne dose d'optimisme pour croire que l'on peut transformer une vague idée en logiciel opérationnel, en trois semaines, mais Aristide était confiant en la qualité de son équipe et, dès le lendemain il se mit au travail. Cette bonne dose d'optimisme se retrouve, soulignons-le encore, chez nombre de firmes de haute technologie, et elles ne se mettent pas au travail pour autant.

Aristide se dit que les coordonnées n'étaient pas un vrai problème. Lorsque les gens appelaient pour commander, ils donnaient leur adresse, et un logiciel du commerce, du genre "Google maps" serait capable de convertir cette adresse en coordonnées GPS. Entrer les données à la main prendrait un peu de temps au début, mais cela devait pouvoir être automatisé ensuite. Il décida donc de s'intéresser aux mathématiques nécessaires au processus, plus qu'à la visualisation des données.

La question qui se posait paraissait simple : comment regrouper des commandes au sein d'une même livraison ? Mais en réalité elle se décomposait en deux : comment décider que deux livraisons sont voisines géographiquement, et comment décider qu'elles sont suffisamment consécutives, pour que l'une puisse attendre l'autre ?

Pour résoudre ces questions de manière satisfaisante, il aurait fallu disposer d'un historique : liste des livraisons, avec leurs horaires et leurs adresses, par exemple sur 5 ans. Mais aucun historique n'était disponible, et l'équipe décida d'en simuler un. Après consultation de Gougnard, l'expert académique, il fut admis que, en l'absence de toute information, on choisirait

une distribution de probabilité uniforme sur toute la zone couverte, et une distribution normale en temps, avec un pic aux alentours de 12 h 30. Les paramètres de ces lois furent calés pour être compatibles avec la disponibilité des 12 scooters.

L'équipe d'Aristide mit ainsi au point, en un mois à peine, un "simulateur de commandes de pizzas" (SCP) : ce simulateur indiquait, dans chaque zone et chaque intervalle de temps, combien de pizzas devraient être livrées : c'était l'outil nécessaire pour travailler.

Après quoi, des outils mathématiques très sophistiqués, basés sur des théories du type "recuit simulé", cherchaient à optimiser les tournées, en regroupant des livraisons proches dans le temps et dans l'espace. Il fallut encore un mois de travail, mais le résultat était convaincant : sur l'ensemble de la journée, le gain avoisinait 40 %.

Aristide se dit cependant que la question n'était pas exactement celle-là : il ne s'agissait pas de réoptimiser les tournées à la fin de la journée, en se demandant si on pouvait faire autrement, il s'agissait de faire ces groupements en temps réel, au fil des arrivées des commandes. L'équipe se remit donc au travail et parvint, à partir de critères probabilistes issus du SCP, à décider de groupements de livraison en temps réel. On nous pardonnera de ne pas en dire davantage, car ici nous touchons aux fondements mêmes du dispositif, et le secret s'impose. Il fallut encore deux mois de travail, pour une solution provisoire.

Quatre mois après le premier entretien, Aristide téléphona à nouveau au livreur, qui l'avait oublié, et obtint sans peine un nouveau rendez-vous. Il fut décidé que le livreur suivrait à la lettre les indications fournies par le logiciel : ce serait un bon test en temps réel.

Lorsqu'une commande était enregistrée, l'un des thésards la convertissait en coordonnées géographiques, et entrait dans le logiciel le temps, les coordonnées et les quantités demandées. Lorsqu'une même personne commanda trois pizzas pour la même famille, le logiciel préconisa de manière satisfaisante qu'elles devraient être livrées ensemble. De même, lorsque deux commandes consécutives étaient à destination de la même zone, le logiciel les regroupait convenablement.

La capacité maximale d'emport de chaque scooter étant de 5 pizzas, le logiciel (fondé sur un critère de coût minimal) cherchait à compléter au mieux chaque livraison. Le modèle probabiliste lui indiquait que ce nombre était atteint au bout de 9 minutes, sur la plage horaire 12 h 23 – 12 h 47.

Mais malheureusement le modèle n'avait pas été calé sur des données réelles, mais seulement sur une simulation. Peut-être ce jour-là les gens avaient-ils moins faim, peut-être avaient-ils faim plus tard, peut-être n'avaient-ils pas faim tous les jours à la même heure, on se retrouva au bout de 9 minutes avec une seule commande. On décida donc d'attendre un peu, mais le consommateur, qui reçut finalement sa pizza avec 20 minutes de retard, se mit à râler parce qu'elle était froide. Il y a des râleurs professionnels, qui ne savent pas voir la beauté d'un modèle probabiliste.

Au bout de deux heures d'essais, le logiciel enregistra un certain nombre de dysfonctionnements. Les mathématiques à l'intérieur étaient parfaites, mais reposaient sur des données

différentes de celles qui arrivaient au téléphone. Le gérant mit donc fin à l'expérience ; il voyait avec inquiétude des thésards, courbés sur des ordinateurs, recalant des antennes, et faisant des calculs incompréhensibles, et si tout ceci résultait en la perte de clients, c'était trop pour lui.

Aristide, qui avait perdu quatre mois de travail pour son équipe et pour lui, commença par se dire que les livreurs de pizzas n'étaient pas pour lui une cible bien intéressante : ils n'avaient pas une approche réellement scientifique. Après tout, il aurait suffi de quelques années d'observation pour alimenter le logiciel. Et puis, il se dit que les données étaient peut-être importantes ; il fallait se renseigner sur le terrain et on ne pouvait pas tout simuler. Notons au passage que bien des firmes de haute technologie n'ont pas cette sagesse !

IV. Episode 4 - septembre 2009

Aristide se dit alors que les livreurs de pizzas n'étaient peut-être pas prêts, culturellement parlant, à utiliser un logiciel d'optimisation. Il décida de se tourner vers d'autres professions, a priori mieux organisées.

1. Le ramassage des ordures ménagères

Le besoin, se dit-il, est considérable : chaque jour, dans chaque ville, il faut ramasser les poubelles. Quelle économie si l'on parvient à améliorer les tournées, ne serait-ce que de 1% ! Il prit donc contact avec une société spécialisée, et lui expliqua que le problème posé était connu en mathématiques sous le nom de "problème du voyageur de commerce" : trajet de temps minimal, ou bien de distance minimale, connectant des points donnés (en l'occurrence les poubelles qu'il faut ramasser).

Le directeur de l'exploitation, qu'il rencontra, se montra intéressé par l'exposé théorique que fit Aristide, mais demanda à voir un exemple traité de manière réelle. Avec son équipe, Aristide se mit donc au travail : il prit une ville quelconque, passa deux mois à établir les coordonnées GPS de chaque maison, et encore deux mois à calculer une tournée optimisée, reliant tous les points au moyen d'un algorithme de plus courte distance.

Il revint voir le directeur de l'exploitation, tout fier avec son schéma, et lui montra le plan de tournée qu'il avait concocté. Le directeur, au vu du schéma, fit quelques objections : une benne à ordures n'est pas un point matériel, et il lui faut de la place pour tourner ; certains virages trop aigus lui sont interdits. Aristide introduisit donc des contraintes de largeur et de rayon de braquage dans son programme, ce qui lui prit deux mois de plus.

Le nouveau rendez-vous avec le directeur fut tout aussi agréable : le directeur se montra très intéressé par la nouvelle tournée ainsi conçue. Mais il expliqua à Aristide quels étaient ses besoins : ils concernaient un coût de possession annuel des bennes, et non une optimisation au quotidien. L'exploitant, propriétaire des bennes, voulait en effet les utiliser au mieux : dans telle ville le matin, dans telle autre l'après-midi. Le tracé de chaque tournée était en vérité secondaire : les bennes se contentaient de suivre chaque rue jusqu'au bout, dans le quartier où elles étaient affectées, tournaient et revenaient par la rue voisine.

Aristide quitta les ramasseurs d'ordures, fort déconfit, au bout de six mois d'efforts non rémunérés, en se disant qu'ils auraient pu mieux définir leurs besoins dès le départ. Mais à la vérité lui-même n'avait pas pris le soin de s'en enquérir, persuadé (comme tous les chercheurs) qu'il le connaissait parfaitement. Tous les conseillers scientifiques ont ce travers : ils croient savoir mieux que les opérationnels ce qui est bon pour eux.

2. La livraison de produits électroménagers

Il prit rendez-vous avec le directeur de la logistique d'une grande firme d'électroménager, et, cette fois, prit bien soin de se faire expliquer les contraintes. Il s'agissait (dans la version simplifiée), à partir d'un entrepôt central, de définir le contenu des camions devant livrer des magasins en province. Certains jours, priorité devait être donnée aux cuisinières, pour le magasin A ; d'autres jours, la priorité venait aux réfrigérateurs, pour la ville B, etc. Le directeur fut fort heureux de rencontrer Aristide, d'autant que, avouait-il, lui-même passait souvent plusieurs heures le week-end à préparer la feuille de contenu des camions pour la semaine suivante.

Mathématiquement parlant, le problème paraissait assez simple ; il y avait des contraintes : livrer ce qu'on demande, ne pas dépasser la capacité de chaque camion, et on pouvait définir une fonction objectif, par exemple minimiser un coût (il suffisait de mettre une pénalité pour chaque retard). En posant tout cela de manière très directe, on obtenait un problème linéaire, qui pouvait se résoudre par la méthode du simplexe : vieille méthode bien au point s'il en est ! Aristide se dit que sa fortune était faite.

Il retourna voir le directeur avec une solution provisoire, basée sur des données qu'on lui avait remises précédemment. Il avait, comme demandé, défini le remplissage de chaque camion : le camion du lundi, à destination de A, emporterait tant de cuisinières, tant de réfrigérateurs, etc. La solution était complète.

Bien sûr, comme l'algorithme du simplexe travaille en nombre réels et non en nombres entiers, Aristide devait tricher un peu, et si l'algorithme donnait 4,6 cuisinières, il annonçait 5. Mais laissons-là ces détails !

Le directeur se montra fort intéressé par ces résultats ; pourtant, il fit des objections : il faudrait "lisser" les livraisons, pour que celles d'un jour ne soient pas trop différentes de celles du précédent.

Aristide ne comprit pas pourquoi il fallait lisser les livraisons, mais ajouta volontiers une ligne à son programme, assurant que les différences consécutives devaient être bornées. Lorsqu'il put à nouveau rencontrer le directeur, le mois suivant, celui-ci se montra fort satisfait du lissage des livraisons, mais demanda à ce que les livraisons de petit électroménager, à destination de la ville C, se fassent surtout le mercredi. Et ainsi de suite, de mois en mois : Aristide rajoutait une ligne à son programme, sans jamais emporter complètement l'adhésion. Et au bout de six mois, le directeur changea d'affectation.

3. Le remplissage des soutes d'un avion

Aristide se dit que toutes ces professions, qui auraient dû utiliser l'optimisation au quotidien, ne savaient pas ce qu'elles voulaient. Cela faisait maintenant un an et demi que son équipe et lui-même avaient commencé le travail ; ils n'avaient décroché aucun contrat, ni même résolu aucun problème. Il décida donc de s'adresser à une profession qui, culturellement, aurait des bases mathématiques : les ingénieurs de l'aéronautique.

Le problème qui lui fut présenté était fort simple : le remplissage des soutes d'un avion. On a des colis, de toute nature et de toute dimension, et le problème est de les ranger au mieux, pour en emporter le plus possible. Comme d'habitude, les mathématiciens ont déjà résolu ce problème, qui s'appelle en langage technique "knapsack problem" (problème du sac à dos : ranger le maximum d'objets dans le sac). Lorsque vous interrogez un mathématicien sur l'existence d'outils appropriés, il répond toujours favorablement, et en toute bonne foi : il est complètement convaincu de l'efficacité de sa discipline. Cela tient à ce qu'il ne l'a jamais mise en œuvre de manière concrète. Il y a ainsi une quantité considérable de problèmes du monde réel que les théoriciens considèrent comme absolument résolus, tandis que les utilisateurs cherchent en vain une aide concrète.

A la vérité, le problème du sac à dos n'est pas réellement résolu mathématiquement ; on sait seulement qu'il est "NP difficile", ce qui signifie en pratique que les solutions approchées dont on dispose seront très lentes à mettre en œuvre.

Aristide se procura un jeu de données, fit une simulation, et, tout fier, la montra à l'ingénieur en charge du projet. Celui-ci dit : "c'est bien, vous emportez vraiment beaucoup de fret, mais vous le rangez vers l'avant". Aristide, tout surpris, dit "et alors ?". L'ingénieur lui expliqua que la position du centre de gravité influe sur la consommation de l'appareil ; il vaut mieux le mettre le plus en arrière possible.

On se retrouve ainsi avec deux fonctions à optimiser : il faut emporter le plus de colis possible, et les mettre le plus en arrière possible. Or, en mathématiques, il n'existe pas d'outil qui permette d'optimiser deux fonctions à la fois.

Aristide, instruit par l'expérience, se dit que le problème n'était peut-être pas aussi bien posé qu'il le pensait. Si, un jour donné, on ne prend pas un colis, soit parce qu'il est de forme biscornue, soit parce qu'il est trop pesant, ou pour toute autre raison, on ne peut l'abandonner définitivement sur le tarmac : il faudra bien l'emporter un jour ou l'autre ! Il faudrait donc faire intervenir une notion de délai de livraison, ou bien de pénalité de retard, qui ne lui avait jamais été présentée, mais qui devait bien exister quelque part.

Il fit quelques simulations, pour voir quels résultats il pouvait obtenir sans trop de difficultés, mais rien de vraiment satisfaisant n'en sortait clairement : il y avait trop de cas possibles, trop de variantes, et l'on n'y voyait rien. Dans la mesure où la notion même de priorité n'avait pas été définie, on ne pouvait pas l'introduire arbitrairement.

Il prit donc rendez-vous avec l'ingénieur, pour lui présenter ce qu'il avait fait et voir si, au moins dans certains cas, il y avait une possibilité de contrat.

L'ingénieur le reçut fort cordialement, comme d'habitude. Les gens sont toujours heureux de voir un mathématicien (espèce en voie de disparition et nullement protégée), et sont doublement heureux de lui faire constater qu'ils font mieux que lui ce qu'il devrait savoir faire mieux qu'eux. C'est humain !

L'ingénieur, donc, donna à Aristide toutes les informations qu'il demandait. Il expliqua que le constructeur de l'avion se bornait à fournir un logiciel très simple, qui fonctionnait parfaitement lorsque les colis étaient tous identiques en forme et en poids. Pour le reste, ajouta-t-il, le fret est de la responsabilité des compagnies d'aviation : nous nous contentons de fournir les avions.

Aristide s'aperçut sur cet exemple que le problème était infiniment plus complexe qu'il ne le pensait tout d'abord, et aussi qu'il ne s'était pas adressé à la bonne personne. Une question fondamentale, en optimisation, est toujours : quelle est la bonne personne ? Il peut y avoir en effet un responsable intéressé par un progrès (mais en général il n'a pas de budget), tandis que toutes les équipes concernées verront tout changement d'un mauvais œil, dans la mesure où il se traduit au mieux par des restructurations, au pire par des licenciements, et, de toute façon, par des choses nouvelles à lire et à apprendre, ce que personne ne souhaite en ces temps de réduction du temps de travail.

Quoi qu'il en soit, cela faisait maintenant deux ans que Aristide avait commencé, avec son équipe et son conseiller scientifique. Au bout de deux ans, il n'avait pas trouvé le moindre problème qu'il pût faire avancer, même de manière microscopique, et, ruiné, il décida d'arrêter les frais.

Bien entendu, le conseiller scientifique, qui n'avait rien fait, si ce n'est donner des conseils sans contenu, exigea un dédommagement et les thésards reçurent leur bourse jusqu'à la fin de leur thèse, qui fut soutenue avec mention "très honorable", comme il est d'usage dans les milieux académiques, où le jugement est prononcé par des gens qui n'ont jamais vu un contrat de leur vie.

Aristide se serait épargné bien des tracas s'il avait pris la peine de lire Hamlet (Shakespeare, vers 1600) :

> *There are more things in heaven and earth, Horatio,*
> *Than are dreamt of in your philosophy.*

En l'occurrence, il n'existe rien, sur les rayons des bibliothèques académiques, qui permette de répondre à un vrai besoin ; tous les outils sont à créer, et ce n'est pas avec un universitaire et deux thésards que l'on peut y parvenir.

Fin de l'histoire