

Bernard Beauzamy : Méthodes Probabilistes pour l'étude des phénomènes réels,
seconde édition.

Table des matières

Fable allégorique : Comment se ruiner grâce aux statistiques	11
Genèse, références et remerciements	18
Introduction	22
I. Le concept de hasard : une mystification	22
II. Un sujet très peu exploré	23
III. Un enseignement inadapté	24
IV. Un foisonnement de pseudo-sciences	25
V. Un bien mauvais exemple : la Bourse	26
A. Utilisation de lois factices	26
B. Utilisation de modèles endogènes	27
VI. Un premier paradoxe probabiliste : que peut-on prédire ?	27
1. Une seule observation	29
2. Deux observations	29
3. Trois observations	29
4. Dix observations	29
VII. Que peut-on faire à partir d'observations recueillies ?	30
VIII. Une première illustration	31
1. Echantillon de taille 1 : on observe	31
2. Echantillon de taille 2 :	32
3. Echantillon de taille	32
Première Partie : Concepts probabilistes dans le monde réel	34
Chapitre 1 : Mais qu'est-ce qui est aléatoire ?	36
I. Le hasard n'existe pas	36
II. Mais il faut introduire le hasard	37
A. Des chaussures	38
B. Des missiles	38
III. Introduire le hasard ? Mais comment ?	39
Chapitre 2 : L'acquisition de l'information probabiliste	42
I. Les probabilités au quotidien	42
II. Acquisition de l'information	42
A. La mauvaise manière : le jugement d'expert	42
B. La bonne manière : en répétant l'expérience	45
III. Un exemple concret	45
IV. Sur la répétabilité de l'expérience	49
A. La répétabilité virtuelle	49
B. La prédiction par calcul	50
C. Absence complète de répétabilité	51
4. Elle ne précise pas l'unité de temps.	52
5. Il faut un nombre élevé d'installations	52

V. Les phénomènes extrêmes	53
VI. Se faire écraser en traversant la rue	54
Chapitre 3 : La représentation de l'information probabiliste	58
I. L'histogramme et ses dangers	58
II. Recommandation	60
Chapitre 4 : L'exploitation de l'information probabiliste	62
I. Le sens commun	62
II. Cas d'une utilisation multiple : application à la garantie	63
Chapitre 5 : Concepts probabilistes de base	69
finfin	
I. L'espace des résultats	69
II. La probabilité	71
A. Définition générale	71
B. Densité de probabilité	74
III. La répartition du maïs en France	76
IV. Probabilités conditionnelles	77
Chapitre 6	79
L'indépendance des événements	79
I. Qu'est-ce que l'indépendance ?	79
A. Définition générale	79
B. L'indépendance dépend de la loi choisie	80
II. Indépendance mutuelle	83
I. Présentation	85
II. La fonction de répartition	86
III. Les v. a. associées aux phénomènes réels	86
A. Une mesure est toujours discrète	87
B. Le phénomène observé peut-il être continu ?	87
C. Un phénomène réel est nécessairement borné	88
D. Définition d'un phénomène continu	90
E. Observation et continuité	92
IV. Difficultés inhérentes à la théorie de l'intégration	93
V. Continuité de la densité	93
VI. Discontinuité des lois usuelles	94
VII. Phénomènes discontinus	96
VIII. Lois tronquées	97
A. Loi exponentielle	97
B. Loi de Gauss tronquée	98
C. Loi de Poisson	98
IX. Génération de nombres aléatoires selon une loi donnée	99
A. Cas de l'intervalle	99
B. Cas d'un intervalle symétrique par rapport à l'origine	101
C. Cas général ; exploitation pratique	103
D. Cas de la loi normale	104
Chapitre 8	107
L'indépendance des variables aléatoires	107
I. Présentation	107
II. Exemples	107

A.	Exemple 1 : Le jeu de dé	108
B.	Exemple 2 : le facteur	108
C.	Exemple 3 : la pluie et les vacances	109
III.	Indépendance théorique et indépendance pratique	109
IV.	Indépendance et répétition	110
V.	L'indépendance : un concept qui ne doit rien au hasard	111
	Chapitre 9	115
	Loi d'un couple de variables aléatoires	115
I.	Présentation	115
II.	Loi du couple et probabilité conditionnelle	116
A.	Variables discrètes	116
B.	Cas de variables avec densité de probabilité	117
C.	Loi du couple et probabilité conditionnelle	118
III.	Loi d'un k-uple de variables aléatoires	118
IV.	La formule de Bayes	119
A.	Présentation	119
B.	Un exemple	120
	Chapitre 10	123
	Espérance et variance d'une variable aléatoire	123
I.	Présentation	123
II.	Espérance d'une fonction d'une variable aléatoire	125
III.	Truc pour passer du cas discret au cas continu	126
IV.	Variance d'une v. a.	126
V.	Covariance de deux v. a.	127
VI.	Inégalité de Cauchy-Schwarz	129
VII.	Coefficient de corrélation de deux v. a.	130
VIII.	Couple Gaussien	131
	Chapitre 11	133
	La répétition d'une expérience	133
I.	Présentation	133
II.	La réitération indépendante : un paradis perdu	135
III.	Probabilités et réitération	135
IV.	La théorie asymptotique	137
V.	Divergences pour N fixé	137
A.	Cas	137
1.	Estimations sur les coefficients du binôme	137
2.	Application : calcul de l'indice de disparité dans une population	139
B.	Cas p quelconque	141
	Chapitre 12	145
	La correction des erreurs et la calibration	145
I.	Une mesure n'est jamais parfaitement précise	145
II.	Trois types d'erreur	146
A.	Erreurs de type 1	146
B.	Erreurs de type 2	146
1.	Premier type de formule correctrice	147
2.	Second type de formule correctrice	148
C.	Erreurs de type 3	149
1.	Situation 1	149
2.	Situation 2	151

3.	Description du protocole sur un exemple	151
4.	Réduction du nombre de mesures	152
III.	De l'importance des corrections	153
IV.	Deux concepts différents : la justesse de l'instrument et sa qualité	154
V.	La calibration d'un capteur avec effet d'échelle	154
VI.	Reconstitution des lois conditionnelles des erreurs	162
	Chapitre 13	163
	Exploiter l'information de mesure : Fusion de données multicapteurs	163
I.	La mise en œuvre d'un capteur après calibration	163
II.	Fusion de données multicapteurs	168
A.	Enregistrer une suite de mesures au moyen de deux capteurs	168
B.	Propriétés de la loi de fusion	173
C.	Fusion de deux gaussiennes	173
III.	Application à l'hybridation de mesures de positionnement	177
A.	Hybridation Inertie – GPS	177
1.	Qu'est-ce qu'une centrale à inertie ?	177
2.	Le GPS	179
3.	Hybridation Inertie- GPS	180
B.	Positionnement grâce à une caméra	181
1.	Généralités	181
2.	Hybridation Caméra – Inertie	182
IV.	Fusion d'informations relatives à des visées consécutives	183
A.	Cas de deux visées	184
B.	Cas de visées multiples	192
	Chapitre 14	195
	Evaluation d'un taux de risque	195
I.	Présentation	195
II.	L'exemple du Concorde	196
III.	Les hypothèses de travail	196
IV.	Outils mathématiques	197
A.	Notions de base	197
B.	La répétition engendre l'anarchie, et non l'homogénéité	198
V.	Evaluation du taux de risque lié à un produit	199
A.	Théorie générale	199
B.	Calcul de l'espérance	201
C.	Calcul du maximum	202
D.	Quel choix faire	203
E.	Calcul de la variance de la loi	205
F.	Décroissance de la variance avec le nombre d'essais	205
VI.	Utilisation prédictive	206
VII.	Une expérience fictive	207
VIII.	Deux paradoxes probabilistes	208
IX.	Extension au cas multinomial	211
A.	La formule générale	211
B.	Application à la prédiction à partir d'un échantillon	213
C.	Application : estimation d'un taux de panne	215
1.	Présentation générale	215
2.	Une difficulté théorique de modélisation	217
3.	La réitération de l'information	218
X.	Comparaison de deux produits	218

XI. Calculs explicites sur ordinateur	219
A. Généralités	219
B. Analyse de la condition	221
C. Réduction de l'intervalle de travail	222
D. Calcul effectif des sommes de Riemann	223
Chapitre 15	227
Un échantillon recueilli est-il compatible avec une loi donnée ?	227
I. Une question naturelle	227
II. Test empirique de compatibilité	230
III. Cas d'un échantillon de taille 2	231
IV. Cas d'un échantillon de taille N	233
V. Ajustement d'un paramètre à partir d'un échantillon	234
A. Un cas particulier	235
B. Cas général	235
C. Ajustement sur un échantillon multiple	236
D. Exemple	237
Chapitre 16	239
Reconstitution d'une densité de probabilité à partir d'un échantillon	239
I. Introduction	239
II. La construction de base : la fonction de répartition	240
A. Echantillon simple	241
B. Echantillon multiple	242
III. Le phénomène aléatoire et l'erreur de mesure	243
A. L'instrument a été calibré	244
B. Instrument non calibré	246
IV. Rendre la fonction de répartition continue	246
A. La construction	247
B. Quelles hypothèses sous-jacentes fait-on ?	248
C. Le sens physique de ces hypothèses	248
D. Une autre approche	249
E. Que perd-on en rendant continue la fonction de répartition ?	249
1. Cas d'un échantillon simple	249
2. Cas d'un échantillon multiple	250
V. Exploration d'un phénomène aléatoire à l'aide d'un échantillon	252
A. Présentation	252
B. Boîtes de Faible Probabilité	253
C. Utilisation des BFP	254
1. Présentation théorique	254
2. Exploitation de la formule	254
3. Intervalle de confiance pour la médiane	256
4. Estimation du quantile à 95 %	257
VI. Répartition d'un échantillon ultérieur	258
Chapitre 17	261
La décision à partir d'une information probabiliste	261
I. Présentation	261
II. Modélisation du problème	262
III. Exemples de base	262
A. Situation équiprobable ; on perd sa mise si on se trompe	262
B. Situation équiprobable, mais les gains ne sont pas les mêmes	263
C. Cas où λ n'est pas le même pour tout	263

D.	Cas où il n'y a pas de perte	264
E.	Le choix de l'espérance de	265
IV.	Le cas du tiercé	265
	Chapitre 18	267
	La prévision des phénomènes extrêmes	267
I.	Présentation du problème	267
II.	Estimation par taux de risque	268
III.	Evaluation probabiliste directe	269
IV.	La loi du maximum d'un échantillon	271
A.	Cas d'une loi uniforme	271
B.	Cas d'une loi exponentielle tronquée	272
	Chapitre 19	275
	La convergence vers la loi de Gauss	275
I.	Tout converge !	275
A.	Exemple 1	275
B.	Exemple 2	276
II.	Fonction caractéristique d'une variable aléatoire	277
A.	Définition	277
B.	Fonctions caractéristiques des densités usuelles	277
1.	Loi uniforme sur	277
2.	Variable gaussienne	278
C.	Calcul des moments	279
III.	Fonction caractéristique d'une somme de variables indépendantes	280
IV.	La convergence vers la loi de Gauss en général	280
A.	Énoncé	280
B.	Commentaires sur l'énoncé	281
1.	Il faut que les variables soient indépendantes	281
2.	Il faut que μ et σ soient fixes	281
3.	Ne pas multiplier	282
4.	La convergence est asymptotique	282
C.	Démonstration du théorème	282
V.	Convergence de la loi binomiale vers la loi de Gauss	283
A.	Énoncé juste	283
B.	Une première estimation de la vitesse de convergence	285
C.	Erreurs à ne pas commettre	286
D.	Un énoncé faux	287
VI.	Résultat quantitatif de convergence de la loi binomiale	289
VII.	Cas de la loi binomiale de paramètres n, p	290
	Annexe : Analyse quantitative de la convergence de la loi binomiale	292
	Chapitre 20	299
	Le hasard a-t-il des lois ?	299
I.	La nature ne recherche pas un équilibre	299
II.	Marche aléatoire dans le plan	300
A.	Un énoncé incroyable	301
B.	Démonstration	301
C.	Conséquences	302
D.	Une version quantitative	303
E.	Combien de suites de longueur N contiennent 8 P consécutifs ?	306
III.	Taille de populations	309
IV.	Un test sur les générateurs de nombres aléatoires	310

V.	Conclusion	310
	Chapitre 21	315
	Les prévisions météorologiques	315
I.	Météo et aléas	315
II.	Réaliser des tables de probabilités conditionnelles	316
III.	Des lois très complexes	317
IV.	Indépendance et météorologie	318
V.	El Nino et l'indépendance	320
VI.	Analyse spatiale des phénomènes météorologiques	321
A.	Définition du besoin	321
B.	Les bénéfices attendus	321
C.	Les méthodes mathématiques	323
VII.	Phénomènes extrêmes	325
	Chapitre 22	327
	Méthodes probabilistes pour le recalage altimétrique	327
I.	Qu'est-ce que le recalage altimétrique ?	327
II.	Méthodes probabilistes	329
A.	Avantages de la méthode	329
B.	Le terrain	330
C.	L'altimètre	330
D.	La "nappe probabiliste" représentant l'information d'altitude	331
E.	Le missile se déplace	332
F.	Réitération	333
G.	Un exemple simple	334
H.	Analyse de l'indépendance des lois.	336
I.	Extensions	336
	Chapitre 23	339
	Simulations Technico-Opérationnelles ayant des composantes aléatoires	339
I.	Description du cadre général	339
II.	Introduire des probabilités	340
A.	Généralités	340
B.	Altérations du scénario par des éléments de faible probabilité	341
C.	Mesure probabiliste au sein d'un scénario	341
III.	Notion de variance d'un scénario	342
IV.	Utilisation de la loi des grands nombres	343
V.	Mise en œuvre pratique	343
VI.	Une validation supplémentaire : la comparaison des sorties	344
	Chapitre 24	345
	Analyse probabiliste de l'effet des vents traversiers sur les TGV	345
I.	Présentation du besoin	345
II.	Discretisation	346
III.	Evaluation des probabilités	347
IV.	Exploiter les précautions déjà prises	349
A.	La mise en place d'écrans	349
B.	Utiliser un système d'alerte	349
V.	Réserves méthodologiques	350
	Chapitre 25	353
	La production d'électricité	353
I.	Description simplifiée du problème	353
II.	La gestion de production immédiate	354

III.	Prise en compte de la concurrence	355
IV.	Tenir compte du jour précédent	355
V.	Tenir compte de l'état précédent	356
VI.	Prévision aléatoire de la demande	356
A.	Notion de scénario	356
B.	Un exemple simple	357
1.	Scénario 1 : je vais à Lille	358
2.	Scénario 2 : je vais à Nice	358
C.	Retour à la production d'électricité	358
1.	Scénario 1 : je conserve la centrale 1 et n'allume pas la centrale 2	359
2.	Scénario 2 : j'allume aussi la centrale 2	360
D.	Retour à la situation générale	360
VII.	Aléas de panne et maintenances	361
	Chapitre 26	363
	Organisation de tournées	363
I.	Présentation générale du besoin	363
II.	Un Contrat de qualité	364
A.	Présentation	364
B.	Un outil de communication	365
III.	La Conception des tournées	366
A.	Difficultés fondamentales	366
B.	Eléments de base pour la résolution du problème	366
C.	Cahier des charges journalier	367
D.	Résolution déterministe	368
E.	Introduction d'éléments aléatoires	369
	Chapitre 27	371
	Comment modéliser un phénomène réel ?	371
I.	Etape 1 : bien définir le besoin	371
II.	Etape 2 : définir et recenser les instruments d'information	372
III.	Etape 3 : définir et recenser les moyens d'action	373
IV.	Etape 4 : Modélisation déterministe	373
A.	Trouver l'endroit propice	373
B.	Se poser à l'endroit propice	375
V.	Etape 5 : Introduire les éléments probabilistes	376